

2ef
85



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO
FACULTAD DE INGENIERIA

OPERACION DE UNA PRESA

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE
INGENIERO CIVIL
P R E S E N T A
JORGE ALVARO HINOJOSA MARTINEZ

MEXICO, D. F. 1982



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Al Pasante señor JORGE ALVARO HINOJOSA MARTINEZ,
P a s a n t e .

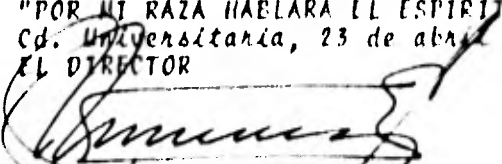
En atención a su solicitud relativa, me es grato transcribir a usted a continuación el tema que aprobado por esta Dirección propuso el Profesor M. I. Oscar A. Fuentes Mariles, para que lo desarrolle como tesis en su Examen Profesional de Ingeniero CIVIL.

"OPERACION DE UNA PRESA"

1. Introducción.
2. Vasos de almacenamiento, sus propósitos y su operación.
3. Método de simulación.
4. Método probabilístico.
5. Método de programación.
6. Ejemplo de aplicación.
7. Conclusiones y recomendaciones.

Ruego a usted se sirva tomar delida nota de que en cumplimiento de lo especificado por la ley de Profesiones, deberá prestar Servicio Social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito indispensable para sustentar Examen Profesional; así como de la disposición de la Dirección General de Servicios Escolares en el sentido de que se imprima en lugar visible de los ejemplares de la tesis, el título del trabajo realizado.

A t e n t a m e n t e .
"POR MI RAZA HAELARA EL ESPIRITU"
Cd. Universitaria, 23 de abril de 1981
EL DIRECTOR


ING. JAVIER JIMENEZ ESPRIU

JJE/CB/H/402

INDICE

AGRADECIMIENTO

1.	INTRODUCCION	1
2.	VASOS DE ALMACENAMIENTO, SUS PROPOSITOS Y SU OPERACION	5
2.1	Generalidades	5
2.2	Componentes de un vaso	7
2.3	Aspectos de estudio	9
3.	METODO DE SIMULACION	10
3.1	Simulación del funcionamiento de una presa	10
3.2	Simulación con registros sintéticos	21
4.	METODO PROBABILISTICO	27
4.1	Matriz de Transición y probabilidad estacionaria	29
4.2	Método de Morán	35
4.3	Método de Gould	40
4.4	Aplicación para etapas con diferentes distribuciones de probabilidad de ingresos. Método de - Lloyd	46
5.	METODO DE PROGRAMACION	49
5.1	La programación dinámica	49
5.2	Aplicación a vasos de almacenamiento	54

6. EJEMPLO DE APLICACION	73
6.1 Prescripción de la presa	73
6.2 Aplicación del método de simulación	77
6.3 Aplicación del método probabilístico	105
6.3.1 Método de Morán	105
6.3.2 Método de Gould	112
6.3.3 Método de Lloyd	117
6.4 Aplicación del método de programación dinámica	127
7. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	135
BIBLIOGRAFIA Y REFERENCIAS	142

1. INTRODUCCION

El agua es un recurso natural indispensable para el desarrollo - de toda actividad humana, solo que para poderla aprovechar es - necesario contar con volúmenes o caudales suficientes para sa-- tisfacer las demandas que establezcan los objetivos del aprove- chamiento.

Una de las principales fuentes de abastecimiento es el agua que escurre por los ríos, que en los volúmenes de escurrimiento pre_u senta variaciones a lo largo del año lo que hace que no resulte conveniente tomar el agua directamente de los cauces naturales. Esto implica la necesidad de construir una presa cuya finalidad primaria es retener los escurrimientos para formar un almacena- miento y se disminuyan las variaciones mencionadas y al mismo -

tiempo se adquiere energía de posición (carga de agua).

Debido a que el proyecto y construcción de una presa requieren de una enorme inversión se debe tratar que se obtengan los máximos beneficios posibles, es decir, que se satisfagan ampliamente los objetivos para los que fue construida. Lo anterior se -- puede lograr estableciendo las cantidades de extracción mas adecuadas (política de operación) para cada periodo considerado, - procurando que no haya excesivos derrames y que las demandas se cubran al máximo posible.

En el presente trabajo se desarrollan tres métodos de análisis- mediante los cuales es factible determinar la política de operación que haga que se cumpla mejor la finalidad para la que fue- planeada la presa. Dichos métodos no son excluyentes ya que se- puede emplear mas de uno para el mismo estudio a fin de tener - un panorama mas amplio para hacer una selección adecuada.

Los objetivos específicos de una presa, así como las componentes de un vaso de almacenamiento y sus aspectos hidráulicos de interés por estudiar se presentan en el capítulo dos.

En el capítulo tres se trata el método de simulación mediante - el cual se puede conocer una posible evolución de los niveles - en la presa si esta funcionase por un largo periodo de tiempo - con ciertos volúmenes de extracción, considerando los factores- que son significativos para dicha evolución como son los ingre- sos al vaso, las extracciones, evaporaciones y lluvia, indican-

do en cuales y cuantos meses se presentarían volúmenes de déficit o derrames. En este trabajo se emplean, para dicho método, datos hidrológicos simulados o sintéticos, para cuya obtención se presenta una técnica en el mismo capítulo.

La probabilidad de no poder satisfacer la demanda solicitada a una presa o *probabilidad de falla* es un parámetro que puede servir como base para el establecimiento de una política de extracciones, de acuerdo con un valor determinado previamente, para cuya estimación se requiere de un estudio socioeconómico que -- queda fuera del alcance del presente trabajo. Si al obtener dicha probabilidad para la alternativa propuesta queda por debajo del valor fijado, se considera que es aceptable y si no, se debe probar con otras cantidades de extracción hasta obtener la probabilidad mas baja que resulta menor que el valor límite. La teoría probabilística aplicada a vasos del almacenamiento con algunas de sus variantes es desarrollada en el capítulo cuatro.

En el capítulo cinco se exponen los conceptos generales de la programación dinámica que es una técnica de optimización secuencial por etapas. También se presenta su aplicación a vasos de almacenamiento considerando el carácter aleatorio de los volúmenes de ingreso al vaso mediante su distribución de probabilidad, con lo cual se puede obtener un volumen de extracción para cada etapa, sea cual fuere el nivel del agua en la presa en el inicio de la misma, que forma parte de la política óptima para todo el año que es con la que se tiene el mínimo costo de operación.

En el capítulo seis se presenta la aplicación de los métodos mencionados a un caso real, en donde puede verse toda la información con que es necesario contar para poder aplicar dichas técnicas. La presa analizada es la Benito Juárez ubicada sobre el río Tehuantepec en el estado de Oaxaca.

Finalmente en el capítulo siete se incluyen las conclusiones del trabajo y las recomendaciones pertinentes.

2. VASOS DE ALMACENAMIENTO, SUS PROPOSITOS Y SU OPERACION.

2.1 Generalidades.

Los vasos de almacenamiento tienen por objeto cambiar el régimen natural del escurrimiento al régimen artificial que convenga a las necesidades del hombre de acuerdo con el fin o los fines a que se destine el agua. Mediante una presa se puede retener el exceso de agua en los periodos de alto escurrimiento, que de lo contrario escurriría sin aprovecharse o podría provocar inundaciones, para ser utilizado en las épocas de sequía.

Los aprovechamientos que toman el agua directamente de una corriente no pueden ser capaces de satisfacer las demandas de sus

consumidores o usuarios durante los escurrimientos extremadamente bajos. Las corrientes que durante cierta época del año pueden no llevar agua, o llevar muy poca, pueden volverse grandes-caudales después de lluvias intensas que podrían constituir un peligro para cualquier actividad a lo largo de sus márgenes o para cualquier obra de captación ubicada en ellas.

En general, los objetivos de una presa se pueden agrupar en dos grandes áreas: aprovechamiento y defensa. De acuerdo con esta clasificación se tienen diversas finalidades

- Aprovechamiento

- a) Irrigación
- b) Generación de energía eléctrica
- c) Abastecimiento de agua doméstica y/o industrial
- d) Navegación fluvial
- e) Entarquinamiento
- f) Acuacultura
- g) Recreación

- Defensa

- h) Control de inundaciones
- i) Control de azolves

Para irrigación, generación de energía, abastecimiento y navegación es deseable que el vaso se mantenga lleno para garantizar continuidad de operación en los periodos de sequía. En cambio para control de inundaciones conviene que el nivel del agua sea

bajo a fin de tener capacidad disponible para las avenidas de ingreso, mientras que para recreación lo importante es que el nivel se mantenga constante.

Hasta hace poco tiempo las presas se construían con una finalidad específica y única; sin embargo en la actualidad se considera como criterio conveniente el contemplar la posibilidad de que se satisfagan el mayor número de finalidades simultáneamente, - aunque fuese un propósito dominante o principal y varios secundarios, con lo cual se ayudaría a la rentabilidad del proyecto.

2.2 Componentes de un Vaso

La capacidad total de un vaso de almacenamiento puede dividirse en tres componentes:

- 1) capacidad muerta o de azolves
- 2) capacidad útil, y
- 3) capacidad de regulación o superalmacenamiento

Las fronteras entre estas componentes son los llamados niveles característicos de la presa que son el *NAMINO*, *NAMO* y *NAME* - - (ver fig. 2.1).

El *NAMINO* es el nivel de aguas mínimo de operación y es la mínima elevación a la cual trabajará la presa en condiciones normales. Este nivel puede fijarse por la elevación de la toma mas - baja o, en el caso de vasos cuyo propósito principal es la generación de energía, tomando en cuenta las condiciones de efi-

ciencia en la operación de las turbinas. El volumen almacenado hasta este nivel constituye la capacidad muerta.

El *NAMO* es el nivel de aguas máximo de operación y no debe rebasarse durante la operación normal de la presa. Generalmente está definido por la elevación de la cresta vertedora, en caso que sea vertedor de descarga libre, o un poco más arriba, sin rebasar la compuerta, si la descarga es controlada. La capacidad útil del vaso está comprendida entre este nivel y el *NAMINO*.

El nivel de aguas máximas extraordinarias, *NAME* queda por arriba del *NAMO* y puede ser definido a partir de éste, y es la máxima elevación que puede alcanzarse cuando se presenta la avenida de diseño. El volumen que hay entre el *NAMO* y el *NAME* es la capacidad de regulación y solo existe agua en ella cuando llega una avenida; normalmente no se controla y no puede almacenarse o retenerse para uso posterior.

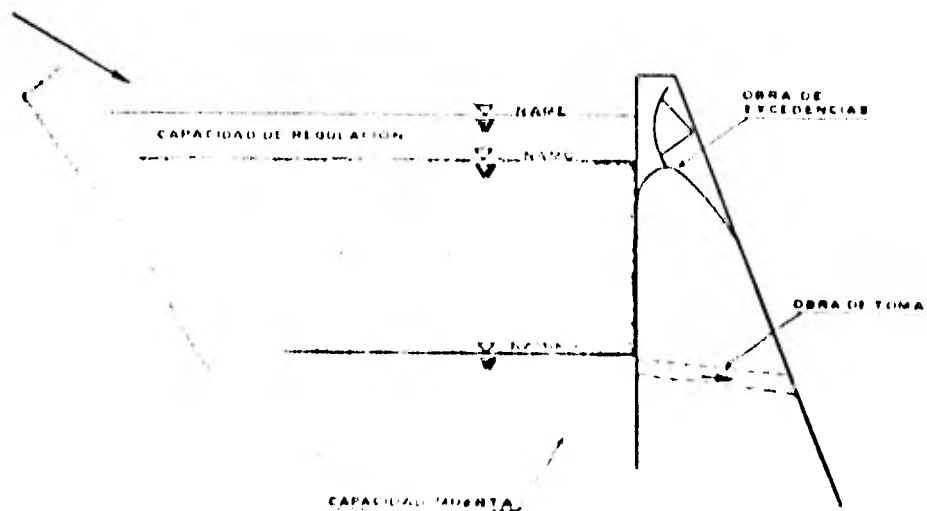


Figura 2.1 Componentes de un vaso

2.3 Aspectos de Estudio.

Existen básicamente dos aspectos de estudio en los vasos de almacenamiento que son el diseño y la operación. El primero consiste en determinar la capacidad mas adecuada (altura de la cortina) de acuerdo a los propósitos de la presa, las demandas, las distribuciones de los ingresos y considerando que siempre habrá pérdidas por evaporación, infiltración, fugas y derrames y que la capacidad de almacenamiento se verá reducida por el material de arrastre que se sedimenta.

La operación de una presa implica el establecer la política de extracciones que haga que los objetivos de la misma se cumplan al máximo posible, tratando de evitar excesivos volúmenes de déficit y derrames, para lo cual se ven algunas técnicas en los capítulos siguientes.

Así, el diseño completo de un vaso de almacenamiento consiste en seleccionar una combinación de capacidad y política de extracciones tal que se reduzcan a un nivel aceptable los costos de operación y la probabilidad de que se presenten numerosas situaciones de escasez o exceso de agua durante la vida útil del proyecto.

3. METODO DE SIMULACION

3.1 Simulación del funcionamiento de una Presa

Cuando se diseña un vaso de almacenamiento es ideal conocer la evolución de los volúmenes que este tendría en un futuro con el fin de saber si tiene el tamaño adecuado, esto es, si se podrá contar con los volúmenes de agua necesarios para satisfacer las demandas o bien si habrá volúmenes excedentes. En la práctica esto se puede hacer, en parte, mediante la simulación para la cual se requiere de registros históricos suficientemente grandes que una vez analizados proporcionen resultados significativos a partir de los cuales se califique el comportamiento.

La simulación implica la selección de una muestra cualquiera del universo real de elementos; dicha selección puede ser he-

cha por medio de números aleatorios. En el sentido con que se aplicará aquí, la simulación es la representación numérica de una sucesión de eventos que pueden ocurrir en la realidad.

Como es difícil contar con registros históricos con la suficiente duración y además considerando que su probabilidad de que se repitan es casi nula, pueden ser empleados registros hidrológicos simulados llamados sintéticos que son aquellos que tienen las mismas características estadísticas y debido a lo cual cuentan con la misma probabilidad de ocurrir que el registro histórico y por esto proporcionan una gama más amplia de posibilidades ya que se pueden elaborar tantos registros sintéticos como hagan falta para lograr una simulación adecuada (se considera que con 50 años de simulación se obtienen buenos resultados). Las expresiones utilizadas para generar los registros sintéticos son las propuestas por Thomas y Fiering y se verán en 3.2

Para conocer el comportamiento de la presa, ya sea con el registro histórico o con registros sintéticos, se requiere efectuar la simulación de su funcionamiento que consiste en contabilizar la evolución de los volúmenes almacenados en función de las avenidas que ingresan a la misma. Dicha evolución depende, entre otras cosas, de las demandas, evaporación y lluvia en el vaso, políticas de operación propuestas que consisten en definir el régimen de aportaciones destinadas a surtir la demanda, etc.

Al simular el funcionamiento del vaso se pueden presentar periodos en que el almacenamiento sea insuficiente para cubrir la demanda, o que el volumen que ingresa rebasa la capacidad de regulación, teniendo que desalojar el sobrante por la obra de excedencias.

Los casos anteriores se toman en cuenta estableciendo el nivel de aguas mínimo de operación ($NAMINO$) y el nivel de aguas máximo de operación ($NAMO$), descritos en el capítulo anterior.

Uno de los objetivos fundamentales de la simulación del funcionamiento de la presa es el seleccionar los niveles característicos mencionados $NAMINO$ y $NAMO$ que resulten más adecuados considerando que no es conveniente que se derrame mucha agua ya que esta se desperdicia, ni tampoco que se presenten grandes volúmenes de déficit para largos periodos porque en esos la presa no puede operar.

Para simular el funcionamiento de un vaso se utiliza la ecuación de continuidad que, para un intervalo de tiempo Δt , se expresa

$$I - S = \Delta V \quad (3.1)$$

donde

- I volumen de agua que entra al vaso durante el intervalo considerado
- S volumen que sale del vaso durante el mismo intervalo

ΔV variación del volumen almacenado

El intervalo de tiempo generalmente utilizado es de un mes pero puede variar de acuerdo a la capacidad de almacenaje del embalse, esto es, para vasos muy grandes con gran capacidad de regulación se puede llegar a utilizar un año como intervalo de tiempo, ya que de tomar uno menor no serían significativos los cambios del almacenamiento. Asimismo, en vasos de muy poca capacidad de regulación el intervalo se reduce a una semana o a un día, para poder apreciar con mas detalle la evolución de los volúmenes almacenados.

El volumen de entrada está integrado por los siguientes factores:

- 1) Escurrimientos de las corrientes que llegan al vaso, E_{esc}
- 2) Volumen de lluvia en el vaso, V_{LL}

De igual forma, el volumen que sale del vaso está constituido por varios factores:

- 1) Volumen extraído para satisfacer la demanda, V_{dem}
- 2) Volumen evaporado, V_{evap}
- 3) Volumen infiltrado, V_{inf}
- 4) Volumen que derrama por la obra de excedencias, V_{derr}

Considerando las componentes anteriores la expresión (3.1)

toma la forma

$$E_{esc} + V_{LL} - (V_{dem} + V_{evap} + V_{inf} + V_{derr}) = \Delta V \quad (3.2)$$

Los términos de esta ecuación se obtienen de la siguiente manera:

E_{esc} de mediciones realizadas en las estaciones hidrométricas o de registros sintéticos.

V_{LL} multiplicando la lámina de lluvia (hp) medida, o de registros sintéticos, por el valor del área media (A_m) que ocupe la superficie libre del agua durante el intervalo considerado, esto es

$$V_{LL} = hp A_m$$

V_{dem} Se estima en base a la ley de demandas correspondiente a cada alternativa que se simule.

V_{evap} es el producto de la lámina de evaporación (hev) medida, o de registros sintéticos, por el área media de la superficie del vaso (A_m) durante el intervalo considerado, es decir

$$V_{evap} = hev A_m$$

V_{inf} es un valor difícil de determinar; generalmente se desprecia ya que se considera poco representativo comparado con los otros términos de la expresión (3.2)

V_{derr} Se obtiene de la curva elevaciones descargas que es función de la elevación del agua y de los niveles característicos de la presa.

Para poder realizar el cálculo es necesario contar con la curva elevaciones-capacidades para, con un volumen dado, obtener la elevación del agua en el vaso; la curva elevaciones-áreas

para encontrar el área asociada a la elevación obtenida y con esta el volumen llovido y evaporado. Estas curvas se obtienen de la topografía del vaso.

Para que el cálculo sea mas sencillo conviene expresar la ecuación (3.2) de la siguiente manera:

$$V_{i+1} = V_i + X_i - S_i - P_i$$

considerando que $V_m \leq V_{i+1} \leq V_u$

donde

V_{i+1} , V_i volúmenes almacenados al final y al principio del intervalo, respectivamente.

X_i volumen que ingresa al vaso durante el intervalo considerado. Puede ser tomado del registro histórico o del sintético

S_i salidas destinadas a satisfacer la demanda

P_i término que depende del nivel y área media en el vaso en el intervalo $\Delta t (V_{LL} \text{ y } V_{evap})$

V_u volumen correspondiente al NAMO

V_m volumen mínimo aceptable en el vaso, correspondiente al NAMINO (capacidad muerta)

El procedimiento de cálculo es por aproximaciones sucesivas y consiste en:

1. Se inicia el cálculo con un volumen inicial, V_i y sus valores correspondientes de elevación, h_i , y área de la superficie libre, A_i , que se obtienen de las curvas.

2. Se hace $k=1$ y se calcula, en una primera aproximación, el volumen al final del intervalo con las entradas y salidas que no dependen de la elevación en el vaso, o sea

$$V_{i+1} = V_i + E_{esc\ i} - V_{dem\ i}$$

k es el indicador del número de aproximación.

3. Con el valor de V_{i+1} obtenido se determinan los valores correspondientes de h_{i+1} y A_{i+1} y se calcula el valor del área media en el intervalo

$$A_m = \frac{A_i + A_{i+1}}{2}$$

4. Se hace $k = k+1$ y se obtiene una nueva aproximación del volumen correspondiente al final del intervalo, pero ahora considerando también los términos que dependen del área (P_i)

$$V_{i+1} = V_i + E_{esc\ i} - V_{dem\ i} + V_{LLi} - V_{evap_i}$$

donde

$$E_{esc\ i} = X_i$$

$$V_{dem\ i} = S_i$$

$$V_{LLi} = V_{evap\ i} = P_i$$

5. Si la diferencia entre el nuevo volumen calculado ($k+1$) y el anterior (k) cumple con la tolerancia establecida (101), se continúa con el siguiente paso, si no se regresa al paso 3 hasta que se cumpla que

$$|V_{i+1}(k+1) - V_{i+1}(k)| \leq 101$$

6. Cuando el volumen V_{i+1} obtenido es mayor que V_u , se considera que $V_{i+1} = V_u$ y se registra un volumen derramado igual a la diferencia. De igual modo, si V_{i+1} es menor que V_m se considera que $V_{i+1} = V_m$ y la diferencia corresponde a un volumen de déficit.
7. Se repite el proceso para el nuevo intervalo de tiempo Δt , a partir del paso 2.

A continuación se presenta un ejemplo en el que sólo se efectúa la simulación para un año en particular con fines ilustrativos:

Ejemplo 3.1

Se requiere simular el comportamiento de una presa cuyos ingresos mensuales se presentan en la tabla 3.1 al igual que las láminas de lluvia y evaporación. Las curvas elevación-volumen-área del vaso son las mostradas en la figura 3.1.

La alternativa que se desea simular corresponde a los siguientes datos.

Nivel	Elevación (m)	Capacidad ($10^6 m^3$)
NAMO	513.0	1 500
NAMINO	475.0	354

Política de extracciones:

$$V_{dem} = 300 \times 10^6 m^3 \quad \text{de Junio a Noviembre}$$

$$V_{dem} = 490 \times 10^6 m^3 \quad \text{de Diciembre a Mayo}$$

El volumen en la presa el 1o. de Enero V_i es de 750 millones de m^3

Mes	Ingresos (X_i) ($10^6 m^3$)	Láminas de lluvia (h_p) (m)	Lámina evaporación (h_{ev}) (m)
Enero	400	0.046	0.059
Febrero	370	0.046	0.067
Marzo	360	0.034	0.117
Abril	370	0.008	0.133
Mayo	400	0.076	0.161
Junio	420	0.494	0.138
Julio	580	0.377	0.119
Agosto	820	0.255	0.114
Sept.	1 850	0.288	0.086
Oct.	1 100	0.195	0.086
Nov.	420	0.078	0.062
Dic.	390	0.070	0.065

Tabla 3.1

Los resultados de la simulación se muestran en la tabla 3.2 donde puede ser seguido el procedimiento.

La tolerancia considerada es $TOL = 5 \times 10^4 m^3$

El índice i se refiere al valor al principio del mes en estudio y el $(i+1)$ se refiere al principio del mes siguiente o al final del mes en estudio.

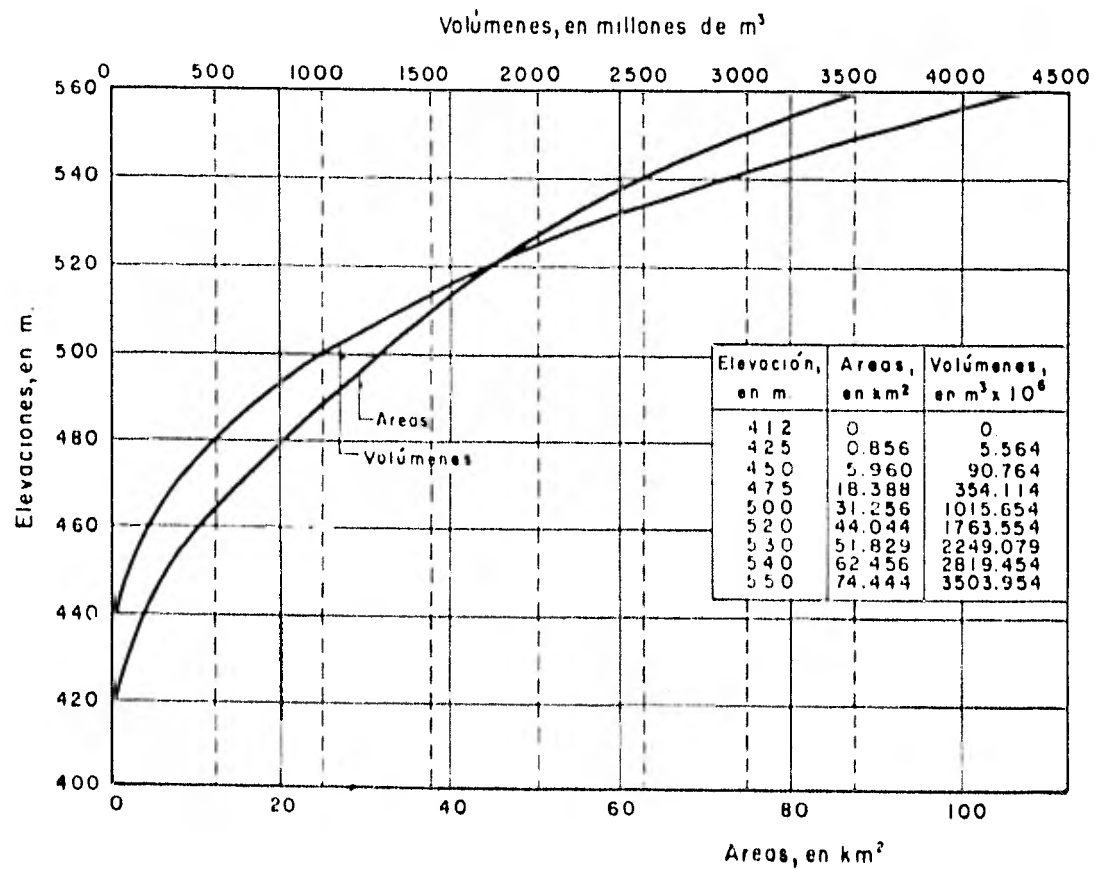


Figura 3.1

(Volúmenes en millones de m³)

mes	V_L	elevación h_L (m)	A_L (Km ²)	X_L	S_L	V_{L+1} (R)	h_{L+1}	A_{L+1}	A_m	V_{LL} medio	V_{evap} medio	V_{L+1} (R+1)	Volumen deficita	Volumen de exced.
Enero	750	492	27	400	490	660	488	24	25.5	1.2	1.5	660	0	0
Feb.	660	488	24	370	490	540	482	22	23	1.1	1.5	540	0	0
Marzo	540	482	22	360	490	410	468	17	19.5	0.7	2.3	408	0	0
Abril	408	468	17	370	490	354	475	18	17.5	0.1	2.3	354	68	0
Mayo	354	475	18	400	490	354	475	18	18	1.4	2.9	354	92	0
Junio	354	475	18	420	300	474	479	19	18.5	9.1	2.6	481	0	0
						481	480	20	19	9.4	2.6	481	0	0
Julio	481	480	20	580	300	761	492	27	23.5	8.9	2.8	767	0	0
						767	493	28	24	9	2.9	767	0	0
Agosto	767	493	28	820	300	1287	509	37	32.5	8.3	3.7	1292	0	0
Sept.	1292	509	37	1850	300	1500	513	41	39	11.2	3.4	1500	0	1350
Oct.	1500	513	41	1100	300	1500	513	41	41	8	3.5	1500	0	805
Nov.	1500	513	41	420	300	1500	513	41	41	3.2	2.5	1500	0	121
Dic.	1500	513	41	390	490	1400	511	39	40	2.8	2.6	1400	0	0

Tabla 3.2

Resumen:

Volumen de Déficit = $160 \times 10^6 \text{ m}^3$

Volumen derramado = $2\,276 \times 10^6 \text{ m}^3$

3.2 Simulación con Registros Sintéticos

Como se dijo anteriormente resulta conveniente efectuar la simulación del funcionamiento de una presa a partir de registros hidrológicos simulados o sintéticos, ya que así se puede obtener un buen número de respuestas del aprovechamiento a una variedad de posibles condiciones lo cual ayuda a tomar mejores decisiones.

Existen varios modelos para generar registros sintéticos ya sea para periodos anuales, mensuales o diarios, según convenga. El desarrollo de los distintos métodos no se trata en este trabajo ya que no es el objetivo del mismo, pero para profundizar en el tema pueden consultarse las referencias 6 y 8. Aquí solo se verá la expresión propuesta por Thomas y Fiering para generar datos mensuales, que es la siguiente.

$$X_{i,j} = \bar{X}_j + \frac{r_j S_j}{S_{j-1}} (X_{i,j-1} - \bar{X}_{j-1}) + k_{i,j} S_j (1 - r_j^2)^{1/2} \quad (3.3)$$

donde

$X_{i,j}$ es el dato sintético generado correspondiente al año i en el mes j

\bar{X}_j es la media de los datos históricos del mes j

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$$

S_j es la desviación estándar de los datos históricos del mes j

$$S = \left[\frac{\sum_{i=1}^n X_i^2 - n\bar{X}^2}{n-1} \right]^{1/2}$$

r_j es el coeficiente de correlación cruzada de orden cero entre los datos históricos del mes j y los del mes $j-1$

$$r_j = \frac{\sum_{i=1}^n X_j X_{j-1} - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_j \sum_{i=1}^n X_{j-1}}{\left[\sum_{i=1}^n X_j^2 - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n X_j \right)^2 \right]^{1/2} \left[\sum_{i=1}^n X_{j-1}^2 - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n X_{j-1} \right)^2 \right]^{1/2}}$$

$\delta_{i,j}$ es un número aleatorio con media cero, desviación estándar uno y distribución normal

$$\delta_{i,j} = \sum_{k=1}^{12} a_k - 6$$

a_k es un número aleatorio con distribución uniforme

A continuación se muestra un ejemplo de generación de volúmenes mensuales con el modelo de Thomas-Fiering. Sólo se gene---

ran valores para dos años, pero se puede seguir para el número de años deseado.

Ejemplo 3.2.

Obtener volúmenes mensuales sintéticos empleando el modelo

Thomas-Fiering.

Se cuenta con la siguiente información:

Mes	Media	Desviación Estandar	Coef.de correlación
f	\bar{X}_f	S_f	r_f
1 Enero	194 176.62	28 886.28	- 0.0779
2 Febrero	138 149.38	19 080.86	0.9140
3 Marzo	125 261.92	14 257.10	0.8520
4 Abril	109 766.77	16 367.49	0.7336
5 Mayo	113 360	18 132.79	0.6003
6 Junio	256 159.15	94 844.36	0.6807
7 Julio	377 519.15	158 074.30	0.6358
8 Agosto	459 392.69	283 466.56	0.4559
9 Sept.	646 999.62	244 184.91	0.6831
10 Oct.	666 894.38	214 873.89	0.0033
11 Nov.	386 919.54	94 562.43	0.2813
12 Dic.	256 967.38	51 145.79	0.3134

Tabla 3.3

En la tabla 3.3 para el mes de Enero, por ejemplo, la segunda columna (\bar{X}_f), es la media de los valores registrados en Enero para todos los años, la tercera columna (S_f) es la desviación estandar de dichos valores y la cuarta columna (r_f) es el coe-

ficiente de correlación cruzada de orden cero de los datos de Enero con los datos medidos en Diciembre de todos los años.

En las tablas 3.4 y 3.5 puede seguirse el procedimiento. La primera facilita utilizar el modelo y en ella se resume el cálculo de algunos factores constantes para cada mes. La segunda indica una manera de realizar los cálculos para la aplicación del modelo de generación.

Se presenta también el listado del programa de computadora, en lenguaje BASIC, empleado para la aplicación del modelo.

En el capítulo 6 se verá un ejemplo de aplicación en el cual se realiza la simulación para 50 años de operación utilizando registros sintéticos de volúmenes de ingreso, láminas de lluvia y evaporación.

MODELO THOMAS FIERING

TABLA 3.4

CALCULO DE LOS FACTORES A_j Y B_j PARA CADA MES

j	r_j	S_j	$A_j = r_j S_j / S_{j-1}$	$B_j = S_j (1 - r_j^2)^{1/2}$
1	-.0779	28886.28	-.04	28798.50
2	.9140	19080.86	.60	7741.38
3	.8520	14257.10	.64	7464.19
4	.7336	16367.49	.84	11123.04
5	.6003	18132.79	.67	14502.15
6	.6807	94844.36	3.56	69479.40
7	.6358	158074.30	1.06	122010.26
8	.4559	283466.56	.82	252294.03
9	.6831	244184.91	.59	178334.31
10	.0033	214873.89	.00	214872.72
11	.2813	94562.43	.12	90743.99
12	.3134	51145.79	.17	48569.13

TABLA 3.5

MUESTRAS SINTETICAS MENSUALES

C	j	\bar{X}_j	A_j	B_j	$X_{C,j-1} - \bar{X}_{j-1}$	$K_{C,j}$	$X_{C,j}$
1	1	194176.62	-.04	28798.50	0.00	.174	199179.74
1	2	138149.38	.60	7741.38	5003.12	-.649	136147.58
1	3	125261.92	.64	7464.19	-2001.80	.049	124356.31
1	4	109766.77	.84	11123.04	-905.61	-1.331	94199.65
1	5	113360.00	.67	14502.15	-15567.12	-.164	100631.20
1	6	256159.15	3.56	69479.40	-12728.80	.966	277967.69
1	7	377519.15	1.06	122010.26	21808.54	-.731	311424.25
1	8	459392.69	.82	252294.03	-66094.90	1.358	748026.16
1	9	646999.62	.59	178334.31	288633.47	.900	977255.58
1	10	666894.38	.00	214872.72	330255.96	-.267	610537.04
1	11	386919.54	.12	90743.99	-56357.34	-1.200	271078.16
1	12	256967.38	.17	48569.13	-115841.38	.882	280190.07
2	1	194176.62	-.04	28798.50	23222.69	-.679	173604.04
2	2	138149.38	.60	7741.38	-20572.58	.441	129139.71
2	3	125261.92	.64	7464.19	-9009.67	-.213	117935.57
2	4	109766.77	.84	11123.04	-7326.35	1.130	116164.43
2	5	113360.00	.67	14502.15	6397.66	-.318	112708.09
2	6	256159.15	3.56	69479.40	-651.91	-1.101	163312.89
2	7	377519.15	1.06	122010.26	-92846.26	1.280	435255.63
2	8	459392.69	.82	252294.03	57736.48	-.499	380645.70
2	9	646999.62	.59	178334.31	-78746.99	.168	630552.96
2	10	666894.38	.00	214872.72	-16446.66	1.172	918734.58
2	11	386919.54	.12	90743.99	251845.20	-.640	359986.57
2	12	256967.38	.17	48569.13	-26932.97	.554	279326.92

```

10 REM PROGRAMA PARA GENERAR DATOS MENSUALES, MODELO THOMAS-FIERING.
20 PRINTER IS 701
30 DIM A(12),R(12),S(12),B(12),M(12),X(5,12)
40 PRINT "
                                     MODELO THOMAS FIERING"
50 PRINT
60 PRINT "
                                     TABLA 3.4"
70 PRINT
80 PRINT "
                                     CALCULO DE LOS FACTORES      Y      PARA CADA MES"
90 PRINT
100 READ N
110 DATA 2
120 FOR J=1 TO 12
130 READ M(J),S(J),R(J)
140 NEXT J
150 DATA 194176.62,28886.28,-.0779,138149.38,19030.86,.914
160 DATA 125261.92,14257.1,.852
170 DATA 109766.77,16367.49,.7336,113360,18132.79,.6003
180 DATA 256159.15,94844.36,.6807
190 DATA 377519.15,158074.3,.6358,459392.69,283466.56,.4559
200 DATA 646999.62,244184.91,.6831
210 DATA 666894.38,214873.89,.0033,386919.54,94562.43,.2813
220 DATA 256967.38,51145.79,.3134
230 FOR J=1 TO 12
240 K=J-1
250 IF K=0 THEN K=12
260 A(J)=R(J)*S(J)/S(K)
270 C=SQRT(1-R(J)*R(J))
280 B(J)=S(J)*C
290 OUTPUT 701 USING 310 ; J,R(J),S(J),A(J),B(J)
300 NEXT J
310 IMAGE 10X,5D,6X,DD,DDDD,6X,6D,DD,6X,3D,DD,6X,6D,DD
320 PRINT
330 PRINT "
                                     TABLA 3.5"
340 PRINT
350 PRINT "
                                     MUESTRAS SINTETICAS MENSUALES"
360 PRINT
370 X(1,12)=M(12)
380 FOR I=1 TO 3
390 IF I=1 THEN 410
400 X(I,12)=X(I-1,12)
410 FOR J=1 TO 12
420 K=J-1
430 IF K=0 THEN K=12
440 U=0
450 FOR L=1 TO 12
460 A1=RND
470 U=A1+U
480 NEXT L
490 F=U-6
500 D=X(I,K)-M(K)
510 X(I,J)=M(J)+A(J)*D+F*B(J)
520 OUTPUT 701 USING 540 ; I,J,M(J),A(J),B(J),D,F,X(I,J)
530 NEXT J
540 IMAGE 8D,5D,3X,6D,DD,2X,3D,DD,3X,6D,DD,3X,8D,DD,3X,DD,DD,2X,7D,DD
550 PRINT
560 NEXT I
570 END

```

4. METODO PROBABILISTICO.

Para el diseño de vasos de almacenamiento uno de los criterios-utilizados es la probabilidad de falla. Se considera que un vaso falla cuando no le es posible satisfacer la demanda solicitada. La selección del tamaño de la presa puede ser hecha, entre las diversas alternativas, con base en el análisis de esta probabilidad cuidando que no se exceda un valor determinado. Dicho valor dependerá del propósito al cual se destine el agua almacenada. También es importante conocer el número promedio de veces que una presa derramará o quedará vacía para un periodo dado.

Cuando la presa ya está construida el parámetro por analizar no será el tamaño de la misma, dado que este es fijo, sino la política de operación o extracciones que será la que determine las-

probabilidades de falla, derrames y que el vaso quede vacío al final del periodo estudiado.

Los primeros trabajos sobre la teoría probabilística aplicada a vasos de almacenamiento se deben a Morán (1954) que inició la teoría basándose en ingresos independientes a la presa con una distribución de probabilidad fija, es decir, se consideran etapas de un año teniendo todos los años la misma distribución de probabilidad de ingresos, sin estar relacionadas las etapas entre sí.

Los estudios de Morán han sido extendidos logrando aplicaciones prácticas como Gould (1961) que incorporó al análisis fallas mensuales o Lloyd (1963) que consideró ingresos a la presa correlacionados en serie para etapas menores a un año.

A fin de lograr la aplicación de estos métodos es necesario dividir el vaso en varios estados o niveles. Si se tiene un vaso con capacidad útil de C unidades la división será en $C+1$ niveles y cada estado queda comprendido entre dos niveles consecutivos.

En la figura 4.1 se muestran los estados del vaso (Z), ingresos (X) y extracciones (V). Un valor de Z indica un estado particular del vaso o almacenamiento entre dos niveles. Para este caso $C=5$.

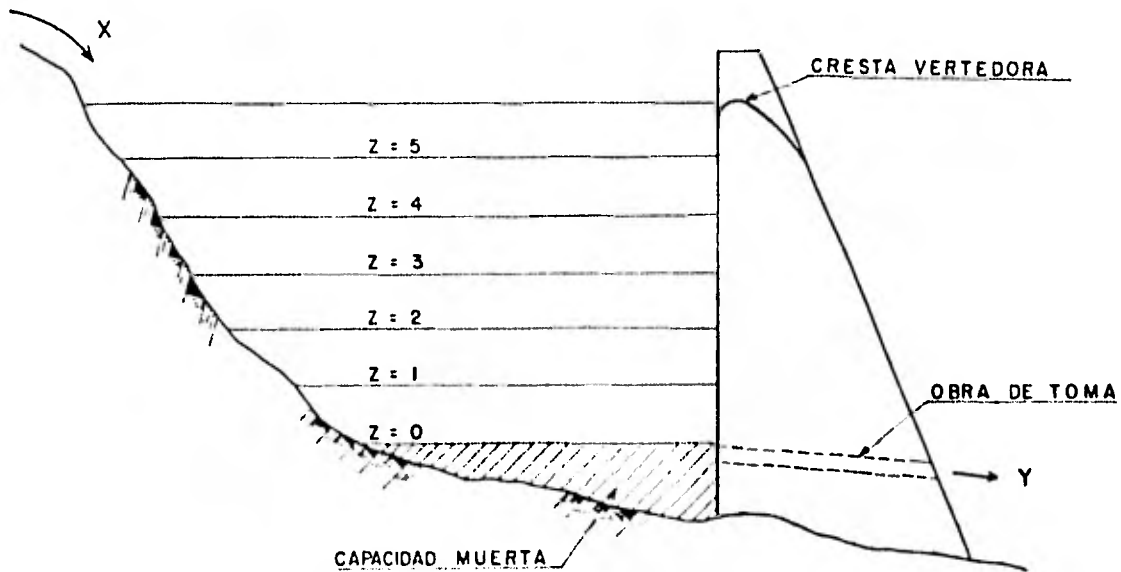


Figura 4.1

4.1 Matriz de Transición y Probabilidad Estacionaria.

La representación de las probabilidades de pasar de un estado - de la presa a cada uno de los demás estados se puede hacer mediante una matriz llamada *matriz de transición* de la etapa analizada. Esta matriz tiene las características de una matriz estocástica (ref 16) en la cual la suma de los elementos de cada columna es igual a la unidad. Esta matriz cuyo orden es igual al número de estados en que se ha dividido al vaso, se forma de la siguiente manera.

		Estado Previo (i)				
		(0)	(1)	(2)	...	(c)
Estado Final (j)	(0)	$P(0,0)$	$P(1,0)$	$P(2,0)$...	$P(c,0)$
	(1)	$P(0,1)$	$P(1,1)$	$P(2,1)$...	$P(c,1)$
	(2)	$P(0,2)$	$P(1,2)$	$P(2,2)$...	$P(c,2)$

	(c)	$P(0,c)$	$P(1,c)$	$P(2,c)$...	$P(c,c)$

donde $P(i,j)$ es la probabilidad de pasar del estado i al estado j . Se debe cumplir que $0 \leq P(i,j) \leq 1$ y también que $\sum_{j=0}^c P(i,j) = 1$,

es decir que cada columna debe sumar la unidad.

Después de largo tiempo de operación de la presa y sin importar el estado inicial de la misma, se llega a una distribución de -- probabilidad de los estados finales que no cambia con el tiempo, esto es que todas las columnas de la matriz de transición son -- iguales, y se conoce como la distribución de probabilidad esta-- cionaria del proceso. Esta es otra característica importante de las matrices estocásticas y se obtiene multiplicando por si misma a la matriz de transición tantas veces como sea necesario has-- ta lograr que todas las columnas sean idénticas y que sume cada-

una la unidad.

Para el caso de vasos de almacenamiento existe otra forma de obtener la distribución de probabilidad estacionaria que consiste en plantear un sistema de ecuaciones derivado de la matriz de transición y resolverlo considerando la condición de que la suma de las probabilidades de alcanzar cada nivel es uno, ya que de no tomar esto en cuenta se tiene un sistema de ecuaciones con un número infinito de soluciones (compatible indeterminado).

La obtención de la distribución de probabilidad estacionaria se ve más claramente con el siguiente ejemplo.

Ejemplo 4.1

Sea P_i la probabilidad de tener i unidades en el vaso inicialmente, P'_i la probabilidad de tener i unidades para la siguiente etapa y T la matriz de transición de una presa de tres unidades de capacidad para una cierta etapa.

$$T = \begin{bmatrix} 0.6 & 0.3 & 0.1 & 0 \\ 0.3 & 0.3 & 0.2 & 0.1 \\ 0.1 & 0.3 & 0.3 & 0.2 \\ 0 & 0.1 & 0.4 & 0.7 \end{bmatrix}$$

A fin de obtener la distribución de probabilidad estacionaria $[P_e]$, se puede proceder de dos maneras:

a) multiplicando la matriz de transición por si misma hasta que-

se cumpla que

$$T^n = T^{n-1}$$

y entonces

$$[pe] = T^n$$

n varía para cada matriz. Así, se tiene

$$T = \begin{bmatrix} 0.6 & 0.3 & 0.1 & 0 \\ 0.3 & 0.3 & 0.2 & 0.1 \\ 0.1 & 0.3 & 0.3 & 0.2 \\ 0 & 0.1 & 0.4 & 0.7 \end{bmatrix} \quad T^2 = \begin{bmatrix} 0.46 & 0.3 & 0.15 & 0.05 \\ 0.29 & 0.25 & 0.19 & 0.14 \\ 0.18 & 0.23 & 0.24 & 0.23 \\ 0.07 & 0.22 & 0.42 & 0.58 \end{bmatrix}$$

$$T^3 = \begin{bmatrix} 0.381 & 0.278 & 0.171 & 0.095 \\ 0.268 & 0.233 & 0.192 & 0.161 \\ 0.201 & 0.218 & 0.228 & 0.232 \\ 0.150 & 0.271 & 0.409 & 0.512 \end{bmatrix} \quad T^4 = \begin{bmatrix} 0.329 & 0.259 & 0.183 & 0.129 \\ 0.250 & 0.224 & 0.195 & 0.174 \\ 0.209 & 0.217 & 0.225 & 0.230 \\ 0.212 & 0.300 & 0.397 & 0.467 \end{bmatrix}$$

$$T^5 = \begin{bmatrix} 0.293 & 0.244 & 0.191 & 0.152 \\ 0.236 & 0.218 & 0.198 & 0.184 \\ 0.213 & 0.218 & 0.224 & 0.228 \\ 0.257 & 0.319 & 0.387 & 0.436 \end{bmatrix} \quad T^6 = \begin{bmatrix} 0.268 & 0.234 & 0.196 & 0.169 \\ 0.227 & 0.214 & 0.200 & 0.190 \\ 0.216 & 0.219 & 0.223 & 0.226 \\ 0.289 & 0.333 & 0.380 & 0.415 \end{bmatrix}$$

⋮

$$T^{20} = \begin{bmatrix} 0.209 & 0.209 & 0.209 & 0.209 \\ 0.205 & 0.205 & 0.205 & 0.205 \\ 0.222 & 0.222 & 0.222 & 0.222 \\ 0.364 & 0.364 & 0.364 & 0.364 \end{bmatrix}$$

Para este caso particular " resultó igual a 20 aunque se considera que generalmente es del orden de 10.

La distribución de probabilidad estacionaria $[P_e]$ es:

$$P_0 = P'_0 = 0.209$$

$$P_1 = P'_1 = 0.205$$

$$P_2 = P'_2 = 0.222$$

$$P_3 = P'_3 = 0.364$$

$$1.000$$

b) resolviendo el sistema de ecuaciones

El sistema de ecuaciones del proceso es

$$\begin{bmatrix} 0.6 & 0.3 & 0.1 & 0 \\ 0.3 & 0.3 & 0.2 & 0.1 \\ 0.1 & 0.3 & 0.3 & 0.2 \\ 0 & 0.1 & 0.4 & 0.7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_0 \\ P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P'_0 \\ P'_1 \\ P'_2 \\ P'_3 \end{bmatrix}$$

pero para obtener la distribución de probabilidad estacionaria se requiere que $P_i = P'_i$, entonces

$$-0.4 P_0 + 0.3 P_1 + 0.1 P_2 + 0 P_3 = 0$$

$$0.3 P_0 - 0.7 P_1 + 0.2 P_2 + 0.1 P_3 = 0$$

$$0.1 P_0 + 0.3 P_1 - 0.7 P_2 + 0.2 P_3 = 0$$

$$0 P_0 + 0.1 P_1 + 0.4 P_2 - 0.3 P_3 = 0$$

además como este sistema de ecuaciones tiene muchas solucio-

nes, se considerará aquella que cumple con

$$P_0 + P_1 + P_2 + P_3 = 1$$

y sustituyéndola por cualquier ecuación en el sistema anterior, quedando

$$-0.4 P_0 + 0.3 P_1 + 0.1 P_2 + 0 P_3 = 0$$

$$0.3 P_0 - 0.7 P_1 + 0.2 P_2 + 0.1 P_3 = 0$$

$$0.1 P_0 + 0.3 P_1 - 0.7 P_2 + 0.2 P_3 = 0$$

$$P_0 + P_1 + P_2 + P_3 = 1$$

cuya solución es

$$P_0 = 0.209$$

$$P_1 = 0.205$$

$$P_2 = 0.222$$

$$P_3 = 0.364$$

$$1.000$$

que es exactamente igual a la obtenida en a)

Como se vio se obtienen los mismos resultados por ambos procedimientos pero más adelante en este trabajo se utilizará el método de solución del sistema de ecuaciones ya que se considera más práctico y rápido.

4.2 Método de Morán.

El almacenamiento en presas cambia continuamente con el tiempo dependiendo de los ingresos al vaso, las extracciones que se hacen de éste aunados a otros factores como son pérdidas por evaporación e infiltración y una reducción en la capacidad debido al material que se azolva pueden afectar el volumen útil. Debido a que todos estos factores son muy difíciles de evaluar analíticamente Morán hace las siguientes consideraciones simplificadorias:

- 1) el proceso ocurre en una serie discreta de intervalos de tiempo que se toman de un año
- 2) Todos los ingresos ocurren durante la llamada temporada de lluvias y todas las extracciones son hechas después de dicha temporada, al final del periodo anual. Estas hipótesis fueron hechas por Morán pensando en presas de zonas de montañas nevadas del sureste australiano donde realizó sus estudios. Sin embargo, en general, se puede admitir que los ingresos y las extracciones ocurren simultáneamente a lo largo del año aunque cuando el nivel en el vaso es bajo, la demanda se restringe a la cantidad de agua que haya disponible.
- 3) las series discretizadas de ingresos al vaso no están correlacionadas en serie y tienen una distribución de probabilidad -

fija

- 4) las pérdidas son despreciables, aunque pueden considerarse - aproximadamente en las cantidades de extracción.

Para aplicar la teoría, considérese una serie discretizada de ingresos X_t a un vaso de capacidad útil C . Al final del correspondiente intervalo de tiempo el contenido del vaso estará dado por la serie de estados Z_t , que corresponde a los diferentes niveles en que se ha dividido a la presa (ver fig. 4.1). El incremento de volumen entre estados es igual para todos excepto cuando $Z=0$ y $Z=C$ en los cuales se considera la mitad. Si la extracción anual es V (que es igual a la demanda en caso de haber suficiente agua), entonces

$$Z_t = Z_{t-1} + X_t - V \quad , \quad 0 \leq Z \leq C \quad (4.1)$$

Si $Z_t = 0$ significa que el vaso ha quedado vacío ya sea satisfaciendo la totalidad de la demanda o solo parte de ella, en cuyo caso se considera que la presa ha fallado para ese año en particular. Si la presa termina llena una etapa ($Z_t = C$) es factible que se haya tenido que derramar una cantidad excedente.

Obviamente los ingresos X_t , los estados Z_t y las extracciones V deben establecerse en las mismas unidades que serán siempre enteras.

Para aplicaciones prácticas el número de estados en que se divide a la presa debe ser de 5 a 20 aproximadamente. Mientras mas -

estados se consideren, mayor será la precisión en el cálculo de las probabilidades.

A fin de obtener la probabilidad de pasar de un estado a otro, es decir formar la matriz de transición, se debe considerar la distribución de probabilidad de los ingresos, discretizándola - para las unidades establecidas, y la demanda de la temporada.- Para ilustrar la obtención de dichas probabilidades se presenta el siguiente ejemplo

Ejemplo 4.2

Sea una presa con una capacidad útil de $300 \times 10^6 \text{ m}^3$. Se considerarán, para fines ilustrativos, unidades de $100 \times 10^6 \text{ m}^3$ cada una, o sea que la capacidad $C = 3$ unidades y la demanda anual - es tres unidades. Los estados de la presa son

0 vacío, con almacenamiento de 0 a $49 \times 10^6 \text{ m}^3$

1 con almacenamiento entre 50 y $149 \times 10^6 \text{ m}^3$

2 con almacenamiento entre 150 y $249 \times 10^6 \text{ m}^3$

3 lleno, con almacenamiento de 250 a $300 \times 10^6 \text{ m}^3$

Para poder manejar las probabilidades de ingreso al vaso en la unidad fijada se trabajará en forma discreta la distribución de probabilidad considerando lo siguiente

Unidad de ingreso (X_t)	Volumen comprendido ($10^6 m^3$)	Probabilidad del intervalo
0	de 0 a 50	0
1	de 50 a 150	0.1
2	de 150 a 250	0.2
3	de 250 a 350	0.2
4	de 350 a 450	0.3
5	de 450 a 550	0.2
6	más de 550	0

Así, las probabilidades de transición $P(i, j)$ se obtienen como sigue:

$$P(0,0) = P(X_t \leq 3) = 0.5$$

$$P(0,1) = P(X_t = 4) = 0.3$$

$$P(0,2) = P(X_t = 5) = 0.2$$

$$P(0,3) = P(X_t \geq 6) = 0$$

1.0

$$P(1,0) = P(X_t \leq 2) = 0.3$$

$$P(1,1) = P(X_t = 3) = 0.2$$

$$P(1,2) = P(X_t = 4) = 0.3$$

$$P(1,3) = P(X_t \geq 5) = 0.2$$

1.0

$$P(2,0) = P(X_t \leq 1) = 0.1$$

$$P(2,1) = P(X_t = 2) = 0.2$$

$$P(2,2) = P(X_t = 3) = 0.2$$

$$P(2,3) = P(X_t \geq 4) = 0.5$$

1.0

$$\begin{aligned}
 P(3,0) &= P(X_t < 1) = 0 \\
 P(3,1) &= P(X_t = 1) = 0.1 \\
 P(3,2) &= P(X_t = 2) = 0.2 \\
 P(3,3) &= P(X_t \geq 3) = 0.7 \\
 &\quad \quad \quad \underline{1.0}
 \end{aligned}$$

Quedando la matriz de transición

$$\begin{array}{c}
 (0) \quad (1) \quad (2) \quad (3) \\
 \begin{array}{l}
 (0) \\
 (1) \\
 (2) \\
 (3)
 \end{array}
 \begin{bmatrix}
 0.5 & 0.3 & 0.1 & 0 \\
 0.3 & 0.2 & 0.2 & 0.1 \\
 0.2 & 0.3 & 0.2 & 0.2 \\
 0 & 0.2 & 0.5 & 0.7
 \end{bmatrix}
 \end{array}$$

y siguiendo el procedimiento visto en el ejemplo 4.1.b se obtiene la probabilidad estacionaria del proceso $[P_e]$

$$\begin{aligned}
 P_0 &= 0.144 \\
 P_1 &= 0.167 \\
 P_2 &= 0.217 \\
 P_3 &= 0.472 \\
 &\quad \quad \quad \underline{1.000}
 \end{aligned}$$

y la probabilidad total de falla es

$$\begin{aligned}
 P_f &= P_0 P(X_t \geq 2) + P_1 P(X_t \geq 1) + P_2 P(X_t < 1) \\
 &= 0.144(0.3) + 0.167(0.1) + 0.217(0) \\
 P_f &= 0.060
 \end{aligned}$$

La distribución de probabilidad de los ingresos al vaso, de la

cual se obtienen las probabilidades de cada unidad, se estima - analizando la muestra histórica realizando, mediante métodos como mínimos cuadrados o máximo verosimilitud (ref 13), el ajuste de parámetros a varias distribuciones de probabilidad y seleccionando posteriormente la distribución a la que mejor se apegan los datos. Esta selección se hace con base en la comparación de resultados obtenidos con las distribuciones ajustadas y los eventos y probabilidades registrados históricamente. En el presente trabajo las distribuciones de probabilidad utilizadas para los ajustes son la distribución Normal, Lognormal de 2 y 3 parámetros, Gumbel, Exponencial y Gamma de 2 y 3 parámetros, ya que se ha visto que son a las que comunmente se ajustan mejor los volúmenes de escurrimiento.

Este método de Morán es aplicable solo en presas de gran tamaño debido a que como el periodo analizado es demasiado grande (un año), en presas pequeñas este análisis no resultaría significativo puesto que el almacenamiento tiene mayor variación a lo largo del año.

4.3 Método de Gould

Esta es una modificación a la teoría de Morán en la que se presenta su aplicación a datos mensuales. Se obtiene la probabilidad de que después de un año de operación la presa finalice en cada uno de los estados en que se ha dividido a la misma, considerando --

que tanto ingresos como extracciones son continuos y simultáneos. Cada año de registro es analizado mes con mes principiando en cada uno de los estados y registrando el estado final del almacenamiento a fin de formar la matriz de transición del proceso y cuantificar los años en los que se presenta falla.

En este modelo, el término falla significa que la demanda mensual establecida no pueda ser satisfecha para cualquier mes durante un año en particular. La diferencia de volumen entre los estados es la misma, pero se considera el estado 0 *vacío* solo cuando el almacenamiento se encuentra en la capacidad muerta y el estado *lleno* cuando se haya a su máxima capacidad.

Los elementos de la matriz de transición se obtienen contando el número de años que terminan en cada estado habiendo iniciado en un estado específico y dividiéndolo entre el número total de años analizados. Las probabilidades de falla para cada estado inicial se encuentran mediante frecuencias relativas de los años en que en al menos un mes no se pueda satisfacer la demanda.

El método se basa en la premisa que una secuencia de eventos observada refleja mejor la distribución de ingresos al vaso que una función teórica ajustada. Sin embargo los registros, principalmente los cortos, pueden estar *distorsionados* y no incluir secuencias de valores extremos que son muy importantes en el análisis de embalses. Para lograr resultados significativos por este método

do se requiere un mínimo de 30 a 50 años de registros mensuales por lo que no es muy frecuente su aplicación en nuestro medio.

En este modelo se consideran los ingresos mensuales correlacionados en serie, sin embargo los ingresos anuales son tratados independientemente como en el modelo de Morán.

En el ejemplo siguiente solo se analiza un registro de 10 años con fines ilustrativos.

Ejemplo 4.3

Sea una presa con una capacidad útil de $300 \times 10^6 \text{ m}^3$, las demandas mensuales son, para el periodo de Octubre a Marzo, $60 \times 10^6 \text{ m}^3$ y de Abril a Septiembre, $80 \times 10^6 \text{ m}^3$. El vaso de almacenamiento se ha dividido en los siguientes estados

tabla 4.1

Estado	Almacenamiento correspondiente (10^6 m^3)	Almacenamiento inicial considerado (10^6 m^3)
0	0	0
1	1 - 100	50
2	101 - 200	150
3	201 - 299	250
4	300	300

Los ingresos mensuales son los siguientes (en 10^6 m^3)

Tabla 4.2

Año	Ene	Feb	Mzo	Abr	Mayo	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic
01	132	52	77	83	44	37	110	89	110	124	131	94
02	162	152	45	99	41	104	70	115	100	29	114	57
03	150	24	49	125	104	24	45	27	66	158	102	67
04	74	107	155	26	32	30	26	12	11	71	85	21
05	90	25	92	47	52	19	32	46	27	120	99	144
06	94	168	81	79	21	30	18	12	65	216	207	140
07	110	80	141	53	24	43	83	47	113	104	161	123
08	152	177	143	91	51	23	46	18	14	34	44	113
09	128	64	46	28	36	64	97	28	32	171	128	121
10	199	101	80	65	52	25	94	66	30	64	164	134

En la tabla 4.3 se muestra, en el renglón FALLA, el registro de los años en que no es satisfecha la demanda establecida para al menos un mes y para cada uno de los estados iniciales. En los renglones sobrantes los años que finalizan en el estado correspondiente dado el estado inicial.

El almacenamiento al final de cada mes se obtiene de la siguiente manera:

$$V_t = V_{t-1} + X_t - D_t \quad (4.21)$$

donde

V_t	volumen almacenado al final del mes en estudio
V_{t-1}	volumen almacenado al final del mes anterior
X_t	volumen que ingresa al vaso durante el mes en estudio
D_t	volumen de demanda en el mes en estudio

El volumen almacenado al final del mes anterior es el mismo que el correspondiente al inicio del mes en estudio, excepto en el caso de Enero donde siempre se considera como volumen inicial el indicado en la tercera columna de la tabla 4.1 aunque difiera un poco del valor final de Diciembre del año anterior, a fin de generalizar la secuencia del cálculo.

Tabla 4.3

Estado final	Estado Inicial				
	0	1	2	3	4
FALLA	03	04	04	04	04
	04	05	05		
	05	06			
	06	09			
	09				
0	04	04	04	04	04
1	08	08	08	08	08
2	03	03	05		
	05	05			

Tabla 4.3 (cont.)

Estado final	Estado Inicial				
	0	1	2	3	4
3	01	01	02	02	02
	02	02	03	03	03
	07	07	09	05	05
	09	09			
	10	10			
4	06	06	01	01	01
			06	06	06
			07	07	07
			10	09	09
				10	10

Los valores indicados en la tabla 4.3 pueden verificarse como sigue: por ejemplo, si el 1o. de Enero del año 03 el vaso se encuentra vacío (estado cero), los almacenamientos correspondientes al final de cada mes serían 90, 54, 43, 88, 112, 56, 21, 0, 0, 98, 140 y $147 \times 10^6 \text{ m}^3$, respectivamente, lo cual significa -- que la presa falló en agosto y septiembre por lo que debe registrarse en el renglón FALLA para el estado inicial 0 y que terminó el año en el estado 2 debido a lo cual se debe anotar en el estado final 2 dado el estado inicial 0.

La matriz de transición se obtiene dividiendo el número de años registrados en cada casilla de la tabla 4.3 entre 10, que es el número de años analizados. Así, dicha matriz resulta

$$T = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 \\ 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 \\ 0.2 & 0.2 & 0.1 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0.5 & 0.3 & 0.5 & 0.5 \\ 0.1 & 0.1 & 0.4 & 0.5 & 0.5 \end{bmatrix}$$

y resolviendo el sistema como se vió en 4.1.6, la probabilidad-estacionaria del proceso es $[P_e]$:

$$P_0 = 0.1$$

$$P_1 = 0.1$$

$$P_2 = 0.044$$

$$P_3 = 0.34$$

$$P_4 = 0.416$$

Del primer renglón de la tabla 4.3 (FALLA) se obtiene, también- dividiendo el número de años correspondientes a cada estado inicial entre el número total de años de registro, el vector de probabilidades de falla para cada estado inicial:

$$F = [0.5 \quad 0.4 \quad 0.2 \quad 0.1 \quad 0.1]$$

y la probabilidad total de falla es $F[P_v] = 0.174$.

En el capítulo 6 se verá un ejemplo de aplicación de este método a un caso práctico.

4.4 Aplicación para etapas con diferentes distribuciones de probabilidad de ingresos. Método de Lloyd

En vista que la aplicación de los modelos antes mencionados del método probabilístico resulta difícil ya que las condiciones estudiadas quedaban alejadas de la realidad, Lloyd y Odoom (1964) investigaron los efectos de cambios en la distribución de probabilidad de los ingresos para temporadas a lo largo del ciclo -

anual. Se sugiere la división del año en n etapas y la obtención de una matriz de transición diferente para cada una de ellas.

Se considera que los ingresos en cada temporada son independientes con respecto a las demás temporadas, es decir que no están correlacionados en serie y la ley de extracción varía con cada etapa.

Se deben analizar los ingresos al vaso en cada temporada independientemente, observando a que distribución de probabilidad se ajustan mejor y encontrando una matriz de transición para cada etapa, como se indica en 4.2.

La matriz de transición del periodo anual se obtiene multiplicando las matrices de cada temporada en el orden adecuado, esto es, si se ha dividido al año en 4 etapas trimestrales, la matriz anual resulta de multiplicar las matrices de Ene-Mzo, Abr-Jun, Jul-Sep, Oct-Dic en este orden. La distribución de probabilidad estacionaria de la presa se encuentra como se indica en 4.1.b con la matriz de transición anual y para obtener la probabilidad total de falla del vaso se procede como en 4.2, analizando la distribución de probabilidad de ingresos de cada temporada con la distribución estacionaria anual. La probabilidad total de falla será la mayor obtenida en este análisis.

Resumiendo, este modelo requiere un tratamiento similar al de Morán, pero tratando cada temporada como el ciclo anual inde-

pendiente y solo hay que multiplicar en el orden apropiado las matrices de cada temporada.

En el capítulo 6 se presenta este modelo aplicado a un caso -- real, efectuando el análisis para dos etapas: de lluvia y de estiaje, observando como varía la probabilidad total de falla con la política de extracciones.

5. METODO DE PROGRAMACION

5.1 La Programación Dinámica

La programación dinámica es una técnica de optimización que puede ser aplicada a problemas en los que se requiera tomar decisiones en etapas, es decir el problema se divide en cierto número de etapas y se resuelve secuencialmente tomando una decisión para cada una de ellas.

Para esto se enumeran en forma explícita diversas combinaciones posibles de variables y se selecciona entre ellas la mejor. La serie de decisiones debe optimizar una función objetivo, la cual puede ser no lineal al igual que las restricciones.

El desarrollo de la teoría se debe a Bellman (1957) y se basa en el principio de optimidad que dice que "cualquiera que sea

el estado inicial y la decisión inicial, las decisiones restantes deben constituir una política óptima en relación al estado resultante de la primera decisión". Esto significa que si las decisiones que restan por hacerse en serie no son óptimas, toda la política de decisiones tampoco es óptima.

A diferencia de otras técnicas no presenta una formulación estándar, por lo que se deben desarrollar las expresiones correspondientes para cada caso específico.

A fin de poder emplear la programación dinámica, el problema debe dividirse en etapas a cada una de las cuales se le asocia un número de estados. Dichos estados corresponden a las posibles condiciones en que puede encontrarse el sistema en una etapa. Mediante la política de decisiones se hace pasar al sistema de un estado de una etapa a un estado asociado con la etapa siguiente.

La optimización con esta técnica puede hacerse retrocediendo en el espacio o en el tiempo, según el caso. Esto significa que el análisis principia en la última etapa y procede hacia la etapa inicial.

En el siguiente ejemplo se puede ver con mas claridad en que consiste la técnica de la programación dinámica.

Ejemplo 5.1.

Se desea construir una línea de conducción de agua potable desde la población A hasta la K y solo se pueden abastecer tres

ciudades de las que se encuentran intermedias. Con referencia en la figura 5.1 determinar cual es la ruta más económica del trazo de la línea.

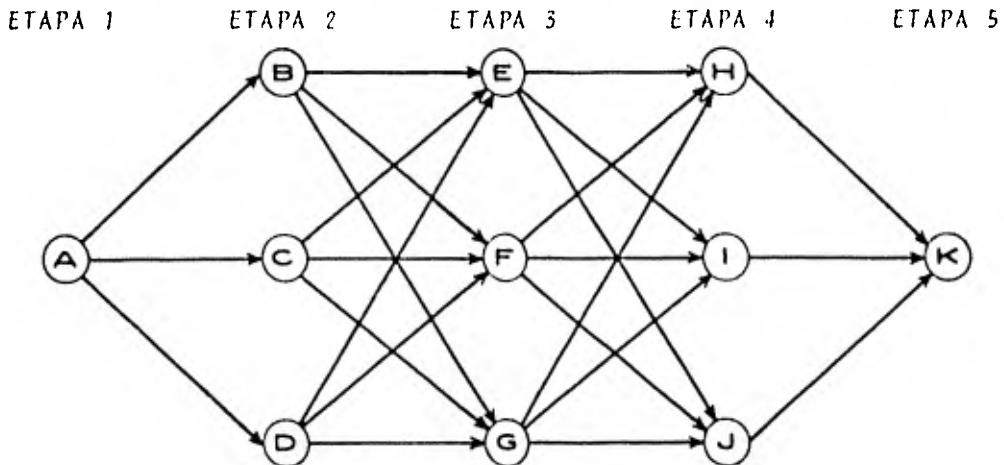


figura 5.1

En la figura 5.1 se puede apreciar que a la etapa 1 le corresponde el estado A, a la etapa 2 los estados B, C y D, a la etapa 3 los estados E, F y G, a la etapa 4 los estados H, I y J y a la etapa 5 el estado K. También se muestran todas las posibles rutas para pasar de una etapa a otra. El total de estas alternativas es igual al número de combinaciones entre los estados de una etapa con los de la etapa siguiente, a menos que se indiquen algunas restricciones.

En las tablas 5.1 a 5.4 se presentan los costos (en millones

de pesos) de pasar de un estado a otro.

De \ A	A	B	C	D
A	2	5	4	

tabla 5.1

De \ A	E	F	G
B	6	4	5
C	4	2	3
D	5	4	4

tabla 5.2

De \ A	H	I	J
E	5	3	4
F	4	2	1
G	3	5	2

tabla 5.3

De \ A	K
H	3
I	7
J	5

tabla 5.4

El análisis está hecho de atrás hacia adelante y se muestra en la tabla 5.5, aunque la nomenclatura utilizada en las columnas corresponde al sentido normal, es decir del principio hacia el final. Debido a que solo hay una ruta posible para pasar a la etapa final desde H, I ó K, las etapas 4 y 5 han sido combinadas para la tabulación. Por razones similares la etapa 1 se combinó con la 2.

<i>Etapa final</i>	<i>Estado inicial</i>	<i>Ruta seguida (decisión)</i>	<i>Costo</i>	<i>Ruta de costo mínimo (óptima)</i>	<i>Costo de la ruta óptima</i>	<i>Costo de las rutas restantes</i>	<i>Costo final</i>
5	E	KHE	8	KHE	8	0	8
		KIE	10				
		KJE	9				
	F	KHF	7	KJF	6	0	6
		KIF	9				
		KJF	6				
	G	KHG	6	KHG	6	0	6
		KIG	12				
		KJG	7				
3	A	FBA	8	EBA	8	8 (KHE)	16
		ECA	9				
		EDA	9				
	A	FBA	6	<u>FBA</u>	6	6 (<u>KJF</u>)	<u>12</u>
		FCA	7				
		FDA	8				
	A	GBA	7	GBA	7	6 (KHG)	13
		GCA	8				
		GDA	8				

tabla 5.5

En la tabla 5.5 puede verse que partiendo de la etapa 3 hacia la 5 hay una ruta de costo mínimo para cada estado final. (KHF, KJF y KHG) y analizando los costos del estado A hacia E, F y G y sumándolos con los de las rutas mencionadas de la etapa 3 a la 5 se obtiene la ruta óptima o de mínimo costo para el trazado de la línea de conducción desde A hasta K y que es ABFJK (subrayada en la tabla 5.5) con un costo total de 12 millones de pesos.

En general, en problemas reales se tienen funciones objetivo con sus respectivas restricciones.

5.2 Aplicación a vasos de almacenamiento

Para el problema de determinar una política de volúmenes de extracción de una presa que satisfaga el máximo de la demanda, evitando en lo posible desperdicio de agua, considerando las variaciones de la demanda y el carácter aleatorio de los ingresos al vaso, el empleo de la programación dinámica es adecuado ya que es factible dividir el problema en etapas. La política óptima de extracciones puede establecerse determinando el volumen de extracción que satisfaga mejor las condiciones antes mencionadas para cada etapa considerada. Dichas etapas pueden establecerse de un mes, bimestrales o algún otro intervalo de tiempo conveniente y se consideran los niveles en la presa como estados.

Una práctica normalmente utilizada es considerar el volumen de ingreso al vaso como el promedio de los volúmenes registrados en el pasado para cada etapa, lo cual puede tener gran variación además de considerar solo una posibilidad.

Se calcula el volumen que se necesita extraer para pasar de un estado de una etapa a cada uno de los estados de la etapa siguiente y mediante la función objetivo establecida se obtiene el beneficio asociado a cada extracción seleccionándose el mayor. La política óptima de operación es la que acumula el beneficio más alto siendo una rufa única sujeta a que en cierta etapa no se pueda pasar al nivel deseado debido a que, por ejemplo, los ingresos no sean suficientes para que satisfaciendo la demanda se llegue al nivel establecido por la política de operación rompiendo así la secuencia óptima de extracciones.

En el presente trabajo se considerarán las distribuciones de probabilidad de los ingresos para cada etapa en vez del volumen promedio, a fin de tener una gama más amplia de posibilidades. La política óptima de extracciones no es única sino que se determina una extracción óptima para cada estado en que se inicie una etapa. Así, no tiene que iniciarse una etapa en un estado específico, ni pasar de ese a otro en particular, ya que cualquiera que sea el estado en cada etapa existe una extracción con la cual se optimiza la operación para todo el año.

Como puede verse no tiene gran importancia el hecho de que para cierta etapa los ingresos sean escasos o excesivos puesto que se consideran todas las posibilidades de concluir dicha etapa (e iniciar la siguiente) en cualquier estado.

Para relacionar los estados de una etapa con los de la siguiente se emplea la ecuación de continuidad.

$$V_{n+1} = V_n + I_n - E_n \quad (5.1)$$

donde

- V_{n+1} volumen almacenado en la presa en la etapa $n+1$
- V_n volumen almacenado en la presa en la etapa n
- I_n volumen de ingreso a la presa en la etapa n
- E_n volumen de extracción de la presa en la etapa n

A continuación se indica el procedimiento a seguir a fin de lograr la aplicación de la programación dinámica.

1. Estimar la distribución de probabilidad de los ingresos al vaso para cada etapa para lo cual se requiere analizar la muestra histórica y seleccionar la distribución más adecuada, como se indica en 4.2
2. Con la distribución seleccionada obtener las probabilidades de las distintas unidades de ingreso al vaso.
3. Proponer un número de estados en los cuales dividir la capacidad útil de la presa con incremento de volumen constante entre estados. Se recomienda escoger un mínimo de ocho.

4. Seleccionar el intervalo de tiempo de cada etapa ya sea uno, dos o tres meses. Para etapas de mayor duración se puede perder precisión en el cálculo.
5. Estimar la demanda para cada etapa, la cual dependerá del propósito al que se destine el agua almacenada y los requerimientos particulares del problema.
6. Proponer las diferentes unidades posibles de extracción para analizar cada una y poder seleccionar la mejor para cada estado.
7. Evaluar los costos por unidad de extracción, déficits y derrames. Se le considera costo a las unidades derramadas ya que es agua que se desperdicia y podría servir en temporadas bajas.
8. Conocer la tasa de interés anual para afectar los costos.

Una vez que se cuenta con esta información se puede aplicar la programación dinámica, realizando el análisis hacia atrás en el tiempo, como se indica a continuación.

El cálculo se inicia con la última etapa analizando para cada estado y para cada posible extracción lo siguiente:

1. Costo de extracción. Se obtiene multiplicando el número de unidades extraídas por el costo unitario de extracción.
2. Estado final. Utilizando la expresión 5.1 donde V_{ij} es el volumen asociado al estado inicial en estudio. Se hace ésto para cada número de unidades de ingreso al vaso posible.

3. Déficit. Cuando el volumen que se pretende extraer de la presa es menor que la demanda establecida para la etapa se produce un déficit igual a la diferencia entre estas dos cantidades. A esto se debe sumar la diferencia entre el volumen almacenado en la presa al inicio de la etapa más el volumen que ingresa a la misma y la extracción deseada en caso de que esta sea mayor. Esto también se calcula para cada número de unidades de ingreso posible.
4. Costo esperado de déficits. Se calcula sumando los productos del déficit para cada número de unidades de ingreso por su respectiva probabilidad y multiplicando esta suma por el costo unitario de déficit.
5. Derrames. Si el volumen almacenado al inicio de la etapa, adicional a la capacidad muerta, mas el ingreso menos la extracción es mayor que la capacidad útil de la presa, la diferencia es derramada, para cada ingreso posible.
6. Costo esperado de derrames. Se obtiene de manera análoga al de déficits.
7. Costo acumulado desde la etapa siguiente ($n+1$). Este valor se obtiene debido al análisis hacia atrás. Para cada estado inicial de la etapa analizada (n) se tiene un costo final (costo total esperado, que se verá más adelante), mínimo asociado a una de las posibles extracciones. Esto significa que si se inicia la etapa n en cierto estado, se puede conocer la extracción que hace mínimo el costo. Dicho estado inicial de la etapa n corresponde al estado fi--

nal de la etapa $n-1$, o bien, el estado final de la etapa n corresponde al estado inicial de la etapa $n+1$. Así, el costo acumulado desde la etapa siguiente depende del estado final de la etapa n analizada (obtenido en el punto 2) y corresponde al costo mínimo obtenido para ese estado inicial de la etapa $n+1$. Se encuentra este valor para cada ingreso posible. Para la etapa final (primera en el análisis) dicho valor siempre será cero ya que no se tiene ninguna etapa adelante de esta.

8. Costo esperado de la etapa siguiente. Los valores obtenidos en el punto 7 se multiplican por la probabilidad correspondiente al ingreso y la suma de estos productos es dividida entre el factor de interés proporcional a cada etapa más uno, para tener todos los costos en precios actuales. Dicho factor de interés de cada etapa se calcula dividiendo la tasa de interés anual entre el número de etapas del año.
9. Costo total esperado. Es la suma del costo de extracción (punto 1) más el costo esperado de déficits (punto 4) y derrames (punto 6) y más el costo esperado de la etapa siguiente (punto 8). De este costo total se debe seleccionar el mínimo para cada estado con lo que se obtiene el volumen de extracción óptimo cuando se inicie una etapa en dicho estado.

Al concluir el análisis con la primera etapa se tienen las extracciones que hacen óptima la operación de la presa en el año. Dichas extracciones son las asociadas a los costos mínimos para

cada estado de cada etapa. Así, cualquiera que sea el estado inicial en una etapa se tiene una extracción que forma parte de la política óptima de operación.

En el ejemplo siguiente se puede seguir el procedimiento que se presenta en forma tabular.

Ejemplo 5.2

formular una política óptima de operación de una presa con capacidad $C=3$ unidades cuyos ingresos con sus respectivas probabilidades discretizadas y la demanda para cada temporada trimestral se presentan en la tabla 5.6. Durante cada temporada, el volumen de extracción debe ser una de las siguientes cantidades: 0.5, 1, 1.5 ó 2 unidades.

Los costos por unidad de extracción, déficit y derrame se dan a continuación en $\$ \times 10^4$

Concepto	Notación	Costo
Extracción	C_{ex}	8
Déficit	C_{df}	12
Derrame	C_{dr}	10

Se considerarán cuatro estados que son 0, 1, 2 y 3 para el mismo número de unidades de almacenamiento.

La tasa de interés anual i es del 10%

Etapa	Ingreso (X)	Probabilidad (Px)	Demanda (Dm)
1	1	0.3	1.5
	1.5	0.3	
	2	0.4	
2	2	0.2	1
	2.5	0.3	
	3	0.5	
3	1	0.3	2
	1.5	0.4	
	2	0.3	
4	0.5	0.2	2
	1	0.5	
	1.5	0.3	

tabla 5.6

En las tablas 5.7 a 5.10 se muestra el desarrollo del método donde cada columna se obtiene como sigue:

Columna 1. es el estado inicial de la presa en la etapa en estudio

Columna 2. es cada una de las extracciones posibles

Columna 3. $Cex X(2)$

Columna 4. son las diferentes unidades de ingreso posibles

Columna 5. son las probabilidades correspondientes a la columna 4.

Columna 6. $(1) + (4) - (2)$. Si resulta negativo se considera cero.

Columna 7. $[D_{m-(2)}] + [(2) - (1) - (4)]$. Si alguna de las cantidades encerradas en paréntesis rectangular resulta negativa se considera cero.

Columna 8. $C_{d_6} \times \Sigma [(7) \times (5)]$

Columna 9. $(1) + (4) - (2) - C$. Si resulta negativo se considera cero.

Columna 10. $C_{d_7} \times \Sigma [(9) \times (5)]$

Columna 11. es el mínimo del estado inicial de la etapa $n+1$ correspondiente al obtenido en (6)

Columna 12. Se debe calcular previamente el factor de interés de cada etapa como

$$i = \frac{I}{\text{No. de etapas}}$$

$$\text{En este caso } i = \frac{0.10}{4} = 0.025$$

y el valor deseado es: $\Sigma [(11) \times (5)] / (1+i)$

Columna 13. $(3) + (8) + (10) + (12)$.

ETAPA 4 $D_m = 2$

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)
Estado inicial	Extracción	Costo extrac.	Ingreso	Probabilidad	Estado final	Déficit	Costo esperado déficit	Desgastes	Costo esperado desgastes	Costo acum. desde la etapa siguiente	Costo esperado de la etapa siguiente	Costo total esperado
0	0.5	4	0.5	0.2	0	1.5	18	0	0	0	0	22
			1	0.5	0.5	1.5		0				
			1.5	0.3	1	1.5		0				
	1	8	0.5	0.2	0	1.5	13.2	0	0	0	0	<u>21.2</u>
			1	0.5	0	1		0				
			1.5	0.3	0.5	1		0				
	1.5	12	0.5	0.2	0	1.5	11.4	0	0	0	0	23.4
			1	0.5	0	1		0				
			1.5	0.3	0	0.5		0				
2	16	0.5	0.2	0	1.5	11.4	0	0	0	0	27.4	
		1	0.5	0	1		0					
		1.5	0.3	0	0.5		0					
1	0.5	4	0.5	0.2	1	1.5	18	0	0	0	0	22
			1	0.5	1.5	1.5		0				
			1.5	0.3	2	1.5		0				

Tabla 5.7

ETAPA 4 Dm = 2 (cont.)													
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	
Estado inicial	Extracción	Costo extrac.	Ingreso	Probabilidad	Estado final	Deficit	Costo esperado deficit	Derrames	Costo esperado derrames	Costo acum. de la etapa siguiente	Costo esperado de la etapa siguiente.	Costo total esperado.	
1	1	8	0.5	0.2	0.5	1	12	0	0	0	0	20	
			1	0.5	1	1							
			1.5	0.3	1.5	1							
	1.5	12	0.5	0.2	0	0.5	6	0	0	0	0	18	
			1	0.5	0.5	0.5							
			1.5	0.3	1	0.5							
2	16	0.5	0.2	0	0.5	1.2	0	0	0	0	0	<u>17.2</u>	
		1	0.5	0	0								
		1.5	0.3	0.5	0								
2	0.5	4	0.5	0.2	2	1.5	18	0	0	0	0	22	
			1	0.5	2.5	1.5							
			1.5	0.3	3	1.5							
	1	8	0.5	0.2	1.5	1	12	0	0	0	0	20	
			1	0.5	2	1							
			1.5	0.3	2.5	1							
	1.5	12	0.5	0.2	1	0.5	6	0	0	0	0	18	
			1	0.5	1.5	0.5							
			1.5	0.3	2	0.5							
	2	16	0.5	0.2	0.5	0	0	0	0	0	0	0	<u>16</u>
			1	0.5	1	0							
			1.5	0.3	1.5	0							

Tabla 5.7 (cont.)

ETAPA 4 Dm = 2 (cont.)

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)
Estado inicial	Extracción	Costo extrac.	Ingreso	Probabilidad	Estado final	Déficit	Costo esperado déficit	Derrames	Costo esperado derrames	Costo acum desde la etapa siguiente	Costo espera do de la etapa	Costo total espe- rado
3	0.5	4	0.5	0.2	3	1.5	18	0	5.5	0	0	27.5
			1	0.5	3	1.5	0.5					
			1.5	0.3	3	1.5	1					
7	8	8	0.5	0.2	2.5	1	12	0	1.5	0	0	21.5
			1	0.5	3	1	0					
			1.5	0.3	3	1	0.5					
1.5	12	12	0.5	0.2	2	0.5	6	0	0	0	0	18
			1	0.5	2.5	0.5	0					
			1.5	0.3	3	0.5	0					
2	16	16	0.5	0.2	1.5	0	0	0	0	0	0	16
			1	0.5	2	0	0					
			1.5	0.3	2.5	0	0					

Tabla 5.1 (cont.)

ETAPA 3 Dm = 2

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)
Estado Inicial	Extracción	Costo extrac.	Ingreso	Probabilidad	Estado final	Déficit	Costo esperado déficit	Derrames	Costo esperado derrames	Costo acum. des desde la etapa siguiente	Costo espera de de la etapa sigle	Costo total esperado
0	0.5	4	1	0.3	0.5	1.5	18	0	0	19.2	17.19	39.19
				1.5	0.4	1	1.5	0	0	17.2		
				2	0.3	1.5	1.5	0	0	16.6		
	1	8	1	0.3	0	1	12	0	0	21.2	18.73	38.73
				1.5	0.4	0.5	1	0	0	19.2		
				2	0.3	1	1	0	0	17.2		
	1.5	12	1	0.3	0	1	7.8	0	0	21.2	20.10	39.90
				1.5	0.4	0	0.5	0	0	21.2		
				2	0.3	0.5	0.5	0	0	19.2		
	2	16	1	0.3	0	1	6	0	0	21.2	20.68	47.68
				1.5	0.4	0	0.5	0	0	21.2		
				2	0.3	0	0	0	0	21.2		
1	0.5	4	1	0.3	1.5	1.5	18	0	0	16.6	15.79	37.79
				1.5	0.4	2	1.5	0	0	16		
				2	0.3	2.5	1.5	0	0	16		
	1	8	1	0.3	1	1	12	0	0	17.2	16.20	36.20
				1.5	0.4	1.5	1	0	0	16.6		
				2	0.3	2	1	0	0	16		
	1.5	12	1	0.3	0.5	0.5	6	0	0	19.2	17.62	35.62
				1.5	0.4	1	0.5	0	0	17.2		
				2	0.3	1.5	0.5	0	0	16.6		
	2	16	1	0.3	0	0	0	0	0	21.2	18.73	34.73
				1.5	0.4	0.5	0	0	0	19.2		
				2	0.3	1	0	0	0	17.2		

Tabla 5.6

ETAPA 3 Dm = 2 (cont.)

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)
Estado inicial	Extracción	Costo extrac.	Ingreso	Probabl- Lidad	Estado final	Déficit	Costo esperado déficit	Derriames	Costo esperado derriames	Costo acum desde la etapa siguiente	Costo esperado de la etapa sigte	Costo total esperado
2	0.5	4	1	0.3	2.5	1.5	18	0	1.5	16	15.61	39.11
			1.5	0.4	3	1.5	0	16				
			2	0.3	3	1.5	0.5	16				
	1	8	1	0.3	2	1	12	0	0	16	15.61	35.61
			1.5	0.4	2.5	1	0	16				
			2	0.3	3	1	0	16				
	1.5	12	1	0.3	1.5	0.5	6	0	0	16.6	15.79	33.79
			1.5	0.4	2	0.5	0	16				
			2	0.3	2.5	0.5	0	16				
	2	16	1	0.3	1	0	0	0	0	17.0	16.20	32.20
			1.5	0.4	1.5	0	0	16.6				
			2	0.3	2	0	0	16				
3	0.5	4	1	0.3	3	1.5	18	0.5	10	16	15.61	47.61
			1.5	0.4	3	1.5	1	16				
			2	0.3	3	1.5	1.5	16				
	1	8	1	0.3	3	1	12	0	5	16	15.61	40.61
			1.5	0.4	3	1	0.5	16				
			2	0.3	3	1	1	16				
	1.5	12	1	0.3	2.5	0.5	6	0	1.5	16	15.61	35.11
			1.5	0.4	3	0.5	0	16				
			2	0.3	3	0.5	0.5	16				
	2	16	1	0.3	2	0	0	0	0	16	15.61	31.61
			1.5	0.4	2.5	0	0	16				
			2	0.3	3	0	0	16				

Tabla 5.8 (cont.)

ETAPA 2 Dm = 1

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	
Estado inicial	Extracción	Costo extrac.	Ingreso	Probabilidad	Estado final	Deficit	Costo esperado deficit	Derrames	Costo esperado derrames	Costo acum desde la etapa siguiente	Costo es perado de la etapa siguiente	Costo total esperado	
0	0.5	4	2	0.2	1.5	0.5	6	0	0	33.47	31.52	41.52	
			2.5	0.3	2	0.5	0	32.20					
			3	0.5	2.5	0.5	0	31.91					
	1	8	2	0.2	1	0	0	0	0	34.73	32.28	40.28	
			2.5	0.3	1.5	0	0	33.47					
			3	0.5	2	0	0	32.20					
1	0.5	4	2	0.2	2.5	0.5	6	0	2.5	31.91	30.90	43.40	
			2.5	0.3	3	0.5	0	31.61					
			3	0.5	3	0.5	0.5	31.61					
	1	8	2	0.2	2	0	0	0	0	32.20	31.04	39.04	
			2.5	0.3	2.5	0	0	31.91					
			3	0.5	3	0	0	31.61					
2	0.5	4	2	0.2	3	0.5	6	0.5	11.5	31.61	30.84	52.34	
			2.5	0.3	3	0.5	1	31.61					
			3	0.5	3	0.5	1.5	31.61					
	1	8	2	0.2	3	0	0	0	6.5	31.61	30.84	45.34	
			2.5	0.3	3	0	0.5	31.61					
			3	0.5	3	0	1	31.61					
3	0.5	4	2	0.2	3	0.5	6	1.5	21.5	31.61	30.84	62.34	
			2.5	0.3	3	0.5	2	31.61					
			3	0.5	3	0.5	2.5	31.61					
	1	8	2	0.2	3	0	0	0	1	16.5	31.61	30.84	55.34
			2.5	0.3	3	0	1.5	31.61					
			3	0.4	3	0	2	31.61					

Tabla 5.4

ETAPA 1 Dm = 1.5

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)
Estado inicial	Extracción	Costo extrac.	Ingreso	Probabilidad	Estado final	Deficit	Costo esperado deficit	Derrames	Costo esperado derrames	Costo acum desde la etapa siguiente	Costo esperado de la etapa siguiente	Costo total esperado
0	0.5	4	1	0.3	0.5	1	12	0	0	39.66	39.50	55.50
			1.5	0.3	1	1	0	39.04				
			2	0.4	1.5	1	0	42.19				
	1	8	1	0.3	0	0.5	6	0	0	40.28	38.63	52.63
			1.5	0.3	0.5	0.5	0	39.66				
			2	0.4	1	0.5	0	39.04				
	1.5	12	1	0.3	0	0.5	1.8	0	0	40.28	39.06	52.86
			1.5	0.3	0	0	0	40.28				
			2	0.4	0.5	0	0	39.66				
1	0.5	4	1	0.3	1.5	1	12	0	0	42.19	45.26	61.26
			1.5	0.3	2	1	0	45.34				
			2	0.4	2.5	1	0	50.34				
	1	8	1	0.3	1	0.5	6	0	0	39.04	41.47	55.47
			1.5	0.3	1.5	0.5	0	42.19				
			2	0.4	2	0.5	0	45.34				
	1.5	12	1	0.3	0.5	0	0	0	0	39.66	39.50	51.50
			1.5	0.3	1	0	0	39.04				
			2	0.4	1.5	0	0	42.19				
2	0.5	4	1	0.3	2.5	1	12	0	2	50.34	52.53	70.53
			1.5	0.3	3	1	0	55.34				
			2	0.4	3	1	0.5	55.34				
	1	8	1	0.3	2	0.5	6	0	0	45.34	49.60	63.60
			1.5	0.3	2.5	0.5	0	50.34				
			2	0.4	3	0.5	0	55.34				

tabla 5.10

ETAPA 1 Dm = 1.5

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	
Estado inicial	Extracción	Costo extrac.	Ingreso	Probabilidad	Estado final	Deficit	Costo esperado deficit	Derrames	Costo esperado derrames	Costo acum desde la etapa siguiente	Costo es perado de la etapa siguiente	Costo total esperado	
2	1.5	12	1	0.3	1.5	0	0	0	0	42.19	45.26	57.26	
			1.5	0.3	2	0	0	45.34					
			2	0.4	2.5	0	0	50.34					
3	0.5	4	1	0.3	3	1	12	0.5	10.5	55.34	53.99	80.49	
			1.5	0.3	3	1	1	55.34					
			2	0.4	3	1	1.5	55.34					
	1	8	1	1	0.3	3	0.5	6	0	5.5	55.34	53.99	73.49
				1.5	0.3	3	0.5	0.5	55.34				
				2	0.4	3	0.5	1	55.34				
1.5	12	1	1	0.3	2.5	0	0	0	2	50.34	52.53	66.53	
			1.5	0.3	3	0	0	55.34					
			2	0.4	3	0	0.5	55.34					

tabla 5.10 (cont.)

Con el fin de que quede mas clara la obtención de los valores de la columna 11 (costo acumulado desde la etapa siguiente), nótese que a cada estado final de la etapa 3 (columna 6, tabla 5.8), le corresponde el costo del mismo estado con que principia la etapa 4 (columna 13, tabla 5.7). Así, para el estado final 0.5 en la tabla 5.8 se obtiene un costo desde la etapa anterior de 19.20 que resulta de la interpolación entre los valores 21.20 y 17.20 subrayados en la columna 13 de la tabla 5.7, correspondientes al estado 0 y 1, respectivamente. Para el estado final 1 se obtiene directamente el valor de 17.20 subrayado en la tabla 5.7 y cuando el estado final es 1.5 el valor 16.60 fue interpolado de los valores correspondientes a los estados 1 y 2. El resto de la columna se obtiene de forma análoga.

El procedimiento se repite para el resto de las etapas obteniéndose la política óptima de operación anual mostrada en la tabla 5.11 donde se presenta la extracción óptima para cuando se inicia cada etapa en cualquier estado.

Estado Inicial	EXTRACCION (en unidades)			
	Etapa 1	Etapa 2	Etapa 3	Etapa 4
0	1	1	1	1
1	1.5	1	2	2
2	1.5	1	2	2
3	1.5	1	2	2

tabla 5.11

Para aclarar el empleo de la tabla 5.11, supóngase que en un año en particular se inicia la etapa 1 con la presa vacía (estado 0) y que para cada etapa se presentan los ingresos que -- aparecen en la columna (3) de la tabla 5.12. En la 4a. columna de la misma tabla se registra la extracción óptima para el estado inicial correspondiente, tomada de la tabla 5.11 y en la columna (5) se tiene el estado final en la etapa, $[(2) + (3) - (4)]$ que corresponde al estado inicial de la siguiente etapa.

Etapa	Estado Inicial	Ingreso	Extracción	Estado Final
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
1	0	2	1	1
2	1	3	1	3
3	3	1	2	2
4	2	1	2	1

tabla 5.12 Cantidades en unidades.

El procedimiento de aplicación de la programación dinámica a vasos de almacenamiento seguido en este trabajo fué tomado de la referencia 14. Tiene la ventaja sobre el planteamiento tradicional, como se dijo, de considerar las probabilidades de diversas unidades de ingreso en lugar de la media de los valores registrados en el pasado con lo que se incluyen todas las posibles condiciones que se pueden presentar en la presa.

6. EJEMPLO DE APLICACIÓN

6.1 Descripción de la Presa

Los métodos descritos se aplicarán a la presa Benito Juárez (el Marqués). Dicha presa está localizada sobre el río Tehuantepec a 30 Km al noroeste de la ciudad de Tehuantepec en el estado de Oaxaca (ver fig. 6.1)

Fue construida por la entonces Secretaría de Recursos Hidráulicos, concluyéndose en 1961.

El río Tehuantepec descarga al Golfo de Tehuantepec y drena hasta el lugar de la presa un área de $9\ 660\text{ km}^2$ de los cuales el vaso ocupa 78.2 km^2 ; la precipitación media anual es de 630 mm y el volumen de escurrimiento medio anual es de $1238 \times 10^6\text{ m}^3$.

La altura total de la cortina es de 86 m y la longitud de la corona es de 375 m con un ancho de 10 m. La obra de toma tiene una capacidad de $60 \text{ m}^3/\text{seg}$.

Los objetivos principales de la presa son el control de avenidas y el aprovechamiento en riego para una superficie de 47 000 hectáreas.

Las diferentes capacidades del vaso son las siguientes:

Capacidad total	$1940 \times 10^6 \text{ m}^3$
Capacidad para azolves	$280 \times 10^6 \text{ m}^3$
Capacidad útil	$667 \times 10^6 \text{ m}^3$
Capacidad para superalmacenamiento	$993 \times 10^6 \text{ m}^3$

La curva elevaciones-capacidades-áreas del vaso se presenta en la figura 6.2

Las elevaciones principales son:

Elevación del NAMO, 124.25 m que corresponde a la cresta del vertedor de descarga libre y la elevación 107.50 m a la entrada de la obra de toma.

Los volúmenes medios mensuales de ingreso al vaso son:

Mes	Volumen ($10^6 m^3$)
Enero	31.45
Febrero	20.66
Marzo	17.35
Abril	16.87
Mayo	51.65
Junio	118.96
Julio	163.75
Agosto	151.61
Septiembre	299.60
Octubre	201.36
Noviembre	78.66
Diciembre	43.94

Los datos fueron tomados de:

1. "Grandes Presas de México", S.R.H. México, 1976
2. "Presas Construidas en México", S.R.H. México, 1976
3. Dirección General de Organización y Métodos. Subdirección del Centro de Cómputo, S.A.R.H.
4. Boletín hidrológico No. 31, Tomo V. Regiones Hidrológicas Nos. 19,20,21 y 22, S.A.R.H., México, 1977.

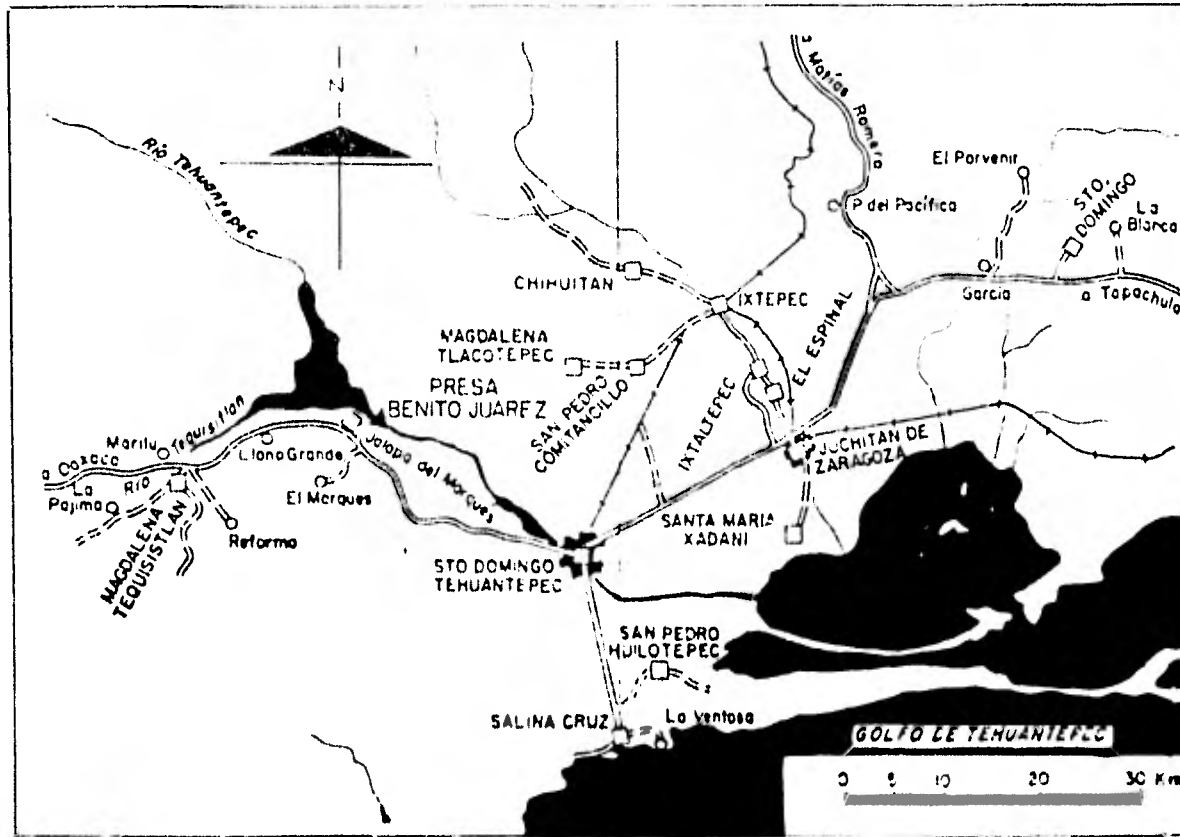


Figura 6.1 Localización de la presa Benito Juárez

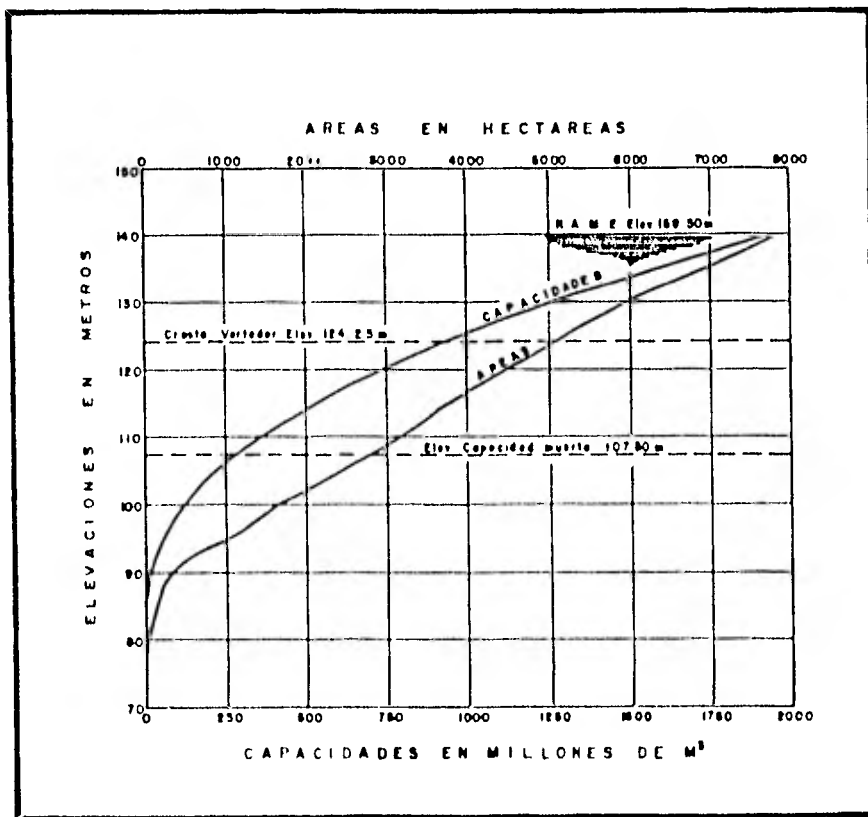


Figura 6.2 Curvas Elevaciones-Volúmenes-áreas de la presa Benito Juárez.

6.2 Aplicación del Método de simulación

En la simulación del funcionamiento de la presa se emplearon registros sintéticos de volúmenes de ingreso, láminas de lluvia y evaporación, obtenidos mediante la expresión 3.3, a fin de considerar mayores posibilidades de las que presenta el registro histórico. Se realizó la simulación para 50 años, contabilizando mensualmente (600 meses) ya que se considera que con este tiempo se obtienen resultados apreciables.

El procedimiento seguido es el que se menciona en 3.1. Como es un proceso repetitivo se empleó un programa de cómputo, escrito en lenguaje FORTRAN, el cual incluye una subrutina para generar los datos sintéticos.

La demanda que se solicita a la presa es de $50 \times 10^6 \text{ m}^3$ para los meses desde Enero hasta Mayo y Diciembre y de $145.6 \times 10^6 \text{ m}^3$ desde Junio hasta Noviembre.

Los datos de las curvas elevaciones-áreas-volúmenes se dan al programa mediante puntos obtenidos de la figura 6.2. También es necesario proporcionarle al programa los datos para efectuar la generación de las muestras sintéticas que son media, desviación estandar y coeficiente de correlación para cada mes y de cada dato que se quiera generar; después de analizar los registros medidos se obtuvieron los que se muestran en las tablas 6.1, 6.2 y 6.3

Mes	Media	Desviación Estándar	Coef.de Correlación.
Enero	31,451	12,640	-0.0340
Febrero	20,657	8,914	0.9275
Marzo	17,349	8,374	0.8774
Abril	16,871	9,843	0.4828
Mayo	31,651	18,296	0.1394
Junio	118,956	116,926	0.3418
Julio	163,745	154,538	0.2988
Agosto	151,607	155,827	0.2492
Septiembre	299,596	231,779	0.6933
Octubre	201,363	143,308	0.5094
Noviembre	78,660	55,526	0.5179
Diciembre	43,944	19,704	0.7036

tabla 6.1 Datos de volúmenes de ingreso (10^6 m^3)

Mes	Media	Desviación Estándar	Coef. de Corre- lación.
Enero	0	0	-0.0833
Febrero	0.001	0.002	-0.1300
Marzo	0.002	0.004	-0.2283
Abril	0.002	0.004	-0.0755
Mayo	0.023	0.032	-0.2224
Junio	0.129	0.073	0.3116
Julio	0.054	0.047	-0.0545
Agosto	0.135	0.129	0.6526
Septiembre	0.204	0.169	0.6978
Octubre	0.049	0.057	-0.0149
Noviembre	0.001	0.004	-0.2955
Diciembre	0	0	-0.0950

tabla 6.2 Datos de láminas de lluvia (m)

Mes	Media	Desviación Estándar	Coef. de Corre- lación
Enero	0.183	0.024	-0.2365
Febrero	0.173	0.023	0.7964
Marzo	0.204	0.028	0.8800
Abril	0.186	0.041	0.8227
Mayo	0.182	0.046	0.8818
Junio	0.142	0.041	0.8461
Julio	0.155	0.036	0.8180
Agosto	0.159	0.019	0.3901
Septiembre	0.139	0.021	0.3603
Octubre	0.182	0.023	0.1528
Noviembre	0.186	0.019	0.5744
Diciembre	0.186	0.015	0.8304

tabla 6.3 Datos de láminas de evaporación (m)

A continuación se presenta el listado del programa y los resultados de la simulación obtenidos con estos datos para la presa Benito Juárez.

START OF SEGMENT 007

C 007:0000:1
C 007:0000:2
C 007:0000:3
C 007:0000:4
C 007:0000:5
C 007:0000:6
C 007:0000:7
C 007:0000:8
C 007:0000:9
C 007:0000:10
C 007:0000:11
C 007:0000:12
C 007:0000:13
C 007:0000:14
C 007:0000:15
C 007:0000:16
C 007:0000:17
C 007:0000:18
C 007:0000:19
C 007:0000:20
C 007:0000:21
C 007:0000:22
C 007:0000:23
C 007:0000:24
C 007:0000:25
C 007:0000:26
C 007:0000:27
C 007:0000:28
C 007:0000:29
C 007:0000:30

ELCMT. 007:0000:1010 IUPU

```
SUPRCUT INE AC(A(H2,A2))
COMMON VC(20),HC(20),AC(P1),IP
C 007:0000:1
IF (HC(L).GT.HC) GO TO 20
CONTINUE
P2=HC(L)-HC(L-1)
P1=P2-HC(L-1)
A2=AC(L)-AC(L-1)
RETURN
END
20
```




NUMERO DE MUCOS POR SIMULACION..... 000
NUMERO DE PLANOS DE CASI EN CASI..... 000
MUCOS-AREAS Y ELEVACIONES-VOLUMENES TOTALES.....
TOLERANCIA.....
VELOCIDAD DE CARGA.....
VELOCIDAD DE DESCARGA.....
VELOCIDAD DE RECARGA.....

TI= 00000000,00 M3
VME= 20000000,00 M3
VVE= 00000000,00 M3

ELEVACION = 124,25
ELEVACION = 107,50

TABLA DE LAS CUBIERTAS DE VOLUMENES-AREAS Y ELEVACIONES-VOLUMENES :

AREA	ALTEZA	VOLUMEN
0,000	10,000	0,000
292,000	10,000	15,000
1015,000	10,000	115,000
2800,000	10,000	280,000
3150,000	10,000	300,000
4020,000	10,000	312,000
5070,000	10,000	342,000
6040,000	10,000	370,000
7030,000	10,000	396,000



***** RESULTADOS DE LA SIMULACION *****

(VOLUMEN EN MILLONES DE PÉTRICOS LÍQUIDOS)

MES	ELEVACION AL PRINCICIO DEL MES EN PÉTRICOS	APFA AL PRINCICIO DEL MES EN PÉTRICOS	VOLUMEN AL PRINCICIO DEL MES	VOLUMEN DE LA LLOVEZA	VOLUMEN DE LA JUBILADA	VOLUMEN DE LA LLOVEZA	VOLUMEN DE LA EVAPORACION	VARIACION DEL VOLUMEN POR LLOVEZA Y EVAPORACION	DEFICIT DE VOL.	VOLUMEN ULTRAFILTRADO
AÑO 1	1									
1 E	116,203	29,911	600,3600	50,4003	50,0000	0,0000	9,4073	-9,4073	0,0000	0,0000
2 F	116,201	29,920	599,4631	48,2230	50,0000	0,0517	8,0923	-0,0404	0,0000	0,0000
3 M	116,203	29,9217	579,5387	20,2656	50,0000	0,0204	4,3711	-0,3624	0,0000	0,0000
4 A	116,207	29,971	577,0000	12,0000	50,0000	0,0000	8,0073	-0,0000	0,0000	0,0000
5 M	116,207	29,971	577,0000	2,7512	50,0000	1,2546	8,0000	-2,2489	0,0000	0,0000
6 J	116,214	29,7276	453,0786	1,2000	50,0000	7,0000	4,0000	-0,0000	0,0000	0,0000
7 J	116,214	29,9271	453,0786	2,7000	50,0000	4,0000	5,0000	-1,3000	0,0000	0,0000
8 S	116,214	29,9271	453,0786	2,7000	50,0000	4,0000	5,0000	-1,3000	0,0000	0,0000
9 O	116,214	29,9271	453,0786	2,7000	50,0000	4,0000	5,0000	-1,3000	0,0000	0,0000
10 N	116,214	29,9271	453,0786	2,7000	50,0000	4,0000	5,0000	-1,3000	0,0000	0,0000
11 D	124,270	29,9271	473,0786	3,7000	50,0000	13,0000	6,0000	-1,0000	0,0000	0,0000
12 E	124,270	29,9271	473,0786	3,7000	50,0000	13,0000	6,0000	-1,0000	0,0000	0,0000
13 A	124,270	29,9271	473,0786	3,7000	50,0000	13,0000	6,0000	-1,0000	0,0000	0,0000
AÑO 2	2									
1 E	124,270	29,9271	473,0786	3,7000	50,0000	13,0000	6,0000	-1,0000	0,0000	0,0000
2 F	124,270	29,9271	473,0786	3,7000	50,0000	13,0000	6,0000	-1,0000	0,0000	0,0000
3 M	124,270	29,9271	473,0786	3,7000	50,0000	13,0000	6,0000	-1,0000	0,0000	0,0000
4 A	124,270	29,9271	473,0786	3,7000	50,0000	13,0000	6,0000	-1,0000	0,0000	0,0000
5 M	124,270	29,9271	473,0786	3,7000	50,0000	13,0000	6,0000	-1,0000	0,0000	0,0000
6 J	124,270	29,9271	473,0786	3,7000	50,0000	13,0000	6,0000	-1,0000	0,0000	0,0000
7 J	124,270	29,9271	473,0786	3,7000	50,0000	13,0000	6,0000	-1,0000	0,0000	0,0000
8 S	124,270	29,9271	473,0786	3,7000	50,0000	13,0000	6,0000	-1,0000	0,0000	0,0000
9 O	124,270	29,9271	473,0786	3,7000	50,0000	13,0000	6,0000	-1,0000	0,0000	0,0000
10 N	124,270	29,9271	473,0786	3,7000	50,0000	13,0000	6,0000	-1,0000	0,0000	0,0000
11 D	124,270	29,9271	473,0786	3,7000	50,0000	13,0000	6,0000	-1,0000	0,0000	0,0000
12 E	124,270	29,9271	473,0786	3,7000	50,0000	13,0000	6,0000	-1,0000	0,0000	0,0000
13 A	124,270	29,9271	473,0786	3,7000	50,0000	13,0000	6,0000	-1,0000	0,0000	0,0000
AÑO 3	3									
1 E	124,270	29,9271	473,0786	3,7000	50,0000	13,0000	6,0000	-1,0000	0,0000	0,0000
2 F	124,270	29,9271	473,0786	3,7000	50,0000	13,0000	6,0000	-1,0000	0,0000	0,0000
3 M	124,270	29,9271	473,0786	3,7000	50,0000	13,0000	6,0000	-1,0000	0,0000	0,0000
4 A	124,270	29,9271	473,0786	3,7000	50,0000	13,0000	6,0000	-1,0000	0,0000	0,0000
5 M	124,270	29,9271	473,0786	3,7000	50,0000	13,0000	6,0000	-1,0000	0,0000	0,0000
6 J	124,270	29,9271	473,0786	3,7000	50,0000	13,0000	6,0000	-1,0000	0,0000	0,0000
7 J	124,270	29,9271	473,0786	3,7000	50,0000	13,0000	6,0000	-1,0000	0,0000	0,0000
8 S	124,270	29,9271	473,0786	3,7000	50,0000	13,0000	6,0000	-1,0000	0,0000	0,0000
9 O	124,270	29,9271	473,0786	3,7000	50,0000	13,0000	6,0000	-1,0000	0,0000	0,0000
10 N	124,270	29,9271	473,0786	3,7000	50,0000	13,0000	6,0000	-1,0000	0,0000	0,0000
11 D	124,270	29,9271	473,0786	3,7000	50,0000	13,0000	6,0000	-1,0000	0,0000	0,0000
12 E	124,270	29,9271	473,0786	3,7000	50,0000	13,0000	6,0000	-1,0000	0,0000	0,0000
13 A	124,270	29,9271	473,0786	3,7000	50,0000	13,0000	6,0000	-1,0000	0,0000	0,0000



(VOLUMENS EN MILLONES DE METROS CUBICOS)

MESES	ELEVACION AL PRINCIPIO DEL MES EN METROS	AREA AL PRINCIPIO DEL MES EN KM2	VOLUMEN AL PRINCIPIO DEL MES	VOLUMEN DE ENTREGA	VOLUMEN DE DEMANDA	VOLUMEN LIBRE	VOLUMEN EVAPORADO	VARIACION DE VOLUMEN POR LLUVIA Y EVAPORACION	DEFICIT DE VOL.	VOLUMEN DEMANDADO
Año 1961	4									
1961	121.030	47.4201	838.0712	23.3273	50.0000	0.0000	7.0305	-7.0305	0.0000	0.0000
1962	121.130	48.8056	798.2522	13.2579	50.0000	0.0000	6.0329	-6.0329	0.0000	0.0000
1963	121.240	47.2165	753.2514	14.2572	50.0000	0.0000	7.2706	-7.2706	0.0000	0.0000
1964	121.377	43.2105	718.2534	13.2404	50.0000	0.0000	7.2606	-7.2606	0.0000	0.0000
1965	121.477	43.0007	677.1141	13.0747	50.0000	0.0000	6.124	-6.124	0.0000	0.0000
1966	121.583	43.7223	679.1721	23.0394	45.0000	7.2779	6.0305	-1.2474	0.0000	0.0000
1967	121.667	43.8264	778.1654	23.0346	45.0000	5.0663	6.0305	-1.0642	0.0000	0.0000
1968	121.750	40.2113	858.1321	30.0395	45.0000	14.0777	7.0787	0.0000	0.0000	158.0207
1969	121.850	39.7100	907.0300	30.0720	45.0000	19.0446	5.0663	13.7210	0.0000	260.7472
1970	121.950	39.7100	917.0300	30.0720	45.0000	19.0446	5.0663	13.7210	0.0000	260.7472
1971	121.950	39.7100	917.0300	30.0720	45.0000	19.0446	5.0663	13.7210	0.0000	260.7472
1972	121.950	39.7100	917.0300	30.0720	45.0000	19.0446	5.0663	13.7210	0.0000	260.7472
Año 1962	5									
1962	121.747	47.0701	816.0704	11.2034	50.0000	0.0000	7.1017	-7.1017	0.0000	0.0000
1963	121.840	46.2111	818.1104	11.2034	50.0000	0.0000	7.0034	-7.0034	0.0000	0.0000
1964	121.935	46.2111	788.1104	11.2034	50.0000	0.0000	6.0034	-6.0034	0.0000	0.0000
1965	122.030	45.2111	762.1104	11.2034	50.0000	0.0000	10.1119	-10.1119	0.0000	0.0000
1966	122.125	45.2111	731.1104	11.2034	50.0000	0.0000	10.1119	-10.1119	0.0000	0.0000
1967	122.220	44.2111	694.1104	11.2034	50.0000	0.0000	9.1119	-9.1119	0.0000	0.0000
1968	122.315	43.2111	657.1104	11.2034	50.0000	0.0000	8.1119	-8.1119	0.0000	0.0000
1969	122.410	42.2111	620.1104	11.2034	50.0000	0.0000	7.1119	-7.1119	0.0000	0.0000
1970	122.505	41.2111	583.1104	11.2034	50.0000	0.0000	6.1119	-6.1119	0.0000	0.0000
1971	122.600	40.2111	546.1104	11.2034	50.0000	0.0000	5.1119	-5.1119	0.0000	0.0000
1972	122.695	39.2111	509.1104	11.2034	50.0000	0.0000	4.1119	-4.1119	0.0000	0.0000
Año 1963	6									
1963	122.790	37.1623	472.0717	0.04475	50.0000	0.0000	9.2000	-9.2000	0.0000	0.0000
1964	122.885	36.1623	435.0717	0.04475	50.0000	0.0000	8.2000	-8.2000	0.0000	0.0000
1965	122.980	35.1623	398.0717	0.04475	50.0000	0.0000	7.2000	-7.2000	0.0000	0.0000
1966	123.075	34.1623	361.0717	0.04475	50.0000	0.0000	6.2000	-6.2000	0.0000	0.0000
1967	123.170	33.1623	324.0717	0.04475	50.0000	0.0000	5.2000	-5.2000	0.0000	0.0000
1968	123.265	32.1623	287.0717	0.04475	50.0000	0.0000	4.2000	-4.2000	0.0000	0.0000
1969	123.360	31.1623	250.0717	0.04475	50.0000	0.0000	3.2000	-3.2000	0.0000	0.0000
1970	123.455	30.1623	213.0717	0.04475	50.0000	0.0000	2.2000	-2.2000	0.0000	0.0000
1971	123.550	29.1623	176.0717	0.04475	50.0000	0.0000	1.2000	-1.2000	0.0000	0.0000
1972	123.645	28.1623	139.0717	0.04475	50.0000	0.0000	0.2000	-0.2000	0.0000	0.0000



(VOLUMENES EN MILLONES DE METROS CUBICOS)

MES	ELEVACION AL PRINCIPIO DEL MES EN METROS	AREA AL PRINCIPIO DEL MES EN KM ²	VOLUMEN AL PRINCIPIO DEL MES	VOLUMEN DE LA TRAZA	VOLUMEN DE LA CAJADA	VOLUMEN DE LLOVIZCA	VOLUMEN DE EVAPORACION	VARIACION DE VOLUMEN POR LLUVIA Y EVAPORACION	DEFICIT DE VOL.	VOLUMEN DEMANDADO
ATU. NO: 7	7									
73 F	170.131	45.0917	740.3304	11.5397	50.0000	0.0000	7.6744	-7.6744	0.0000	0.0000
74 F	118.736	44.5651	731.8986	10.4952	50.0000	0.0000	0.2747	-7.6744	0.0000	0.0000
75 F	118.057	43.5899	723.2986	12.1601	50.0000	0.0000	0.2747	-8.5491	0.0000	0.0000
76 F	117.707	42.3119	662.8388	12.3786	50.0000	0.0000	7.6502	-9.8238	0.0000	0.0000
77 F	116.735	41.9290	617.2661	11.7209	50.0000	0.0000	0.1197	-7.1241	0.0000	0.0000
78 F	116.087	41.4330	613.8252	21.1235	50.0000	0.0000	4.4552	-3.1271	0.0000	0.0000
79 F	115.086	42.2988	647.3125	17.4253	50.0000	0.0000	3.7216	-2.6279	0.0000	0.0000
80 F	114.505	43.3709	678.1297	16.9297	50.0000	0.0000	4.0717	-3.1271	0.0000	0.0000
81 F	113.731	43.0718	678.1297	16.9297	50.0000	0.0000	0.2000	-0.2000	0.0000	0.0000
82 S	112.769	41.4274	602.8388	16.9297	50.0000	0.0000	7.2581	-8.1271	0.0000	0.0000
83 S	111.714	39.7581	508.8388	16.9297	50.0000	0.0000	0.1371	-7.2581	0.0000	0.0000
84 D	110.907	39.4200	505.0388	16.4093	50.0000	0.0000	0.0000	-7.2581	0.0000	0.0000
ATU. NO: 8	8									
85 F	110.635	40.4049	617.4515	20.1306	50.0000	0.0000	0.0000	-4.6002	0.0000	0.0000
86 F	110.274	39.5216	568.1309	18.2349	50.0000	0.0000	0.0353	-4.6002	0.0000	0.0000
87 F	109.827	38.2047	552.4109	18.0650	50.0000	0.0000	0.0000	-10.2349	0.0000	0.0000
88 F	109.295	36.8077	411.1310	18.0650	50.0000	0.0000	0.1170	-10.2349	0.0000	0.0000
89 F	108.406	36.4020	411.1310	20.0650	50.0000	0.0000	0.1553	-9.4095	0.0000	0.0000
90 F	107.200	36.2210	407.8388	20.0650	50.0000	0.0000	3.0100	-8.4095	0.0000	0.0000
91 F	106.006	36.0007	405.1309	20.0650	50.0000	0.0000	1.7570	-6.6525	0.0000	0.0000
92 F	105.000	35.0000	405.1309	20.0650	50.0000	0.0000	0.0000	-6.6525	0.0000	0.0000
93 F	104.000	35.0000	405.1309	20.0650	50.0000	0.0000	0.0000	-6.6525	0.0000	0.0000
94 S	103.000	35.0000	405.1309	20.0650	50.0000	0.0000	0.0000	-6.6525	0.0000	0.0000
95 S	102.000	35.0000	405.1309	20.0650	50.0000	0.0000	0.0000	-6.6525	0.0000	0.0000
96 F	101.000	35.0000	405.1309	20.0650	50.0000	0.0000	0.0000	-6.6525	0.0000	0.0000
ATU. NO: 9	9									
97 F	100.000	36.0000	519.3023	17.2776	50.0000	0.0000	1.0271	-8.0271	0.0000	0.0000
98 F	99.000	36.0000	513.0000	18.0000	50.0000	0.0000	0.0000	-7.0000	0.0000	0.0000
99 F	98.000	36.0000	403.0000	18.0000	50.0000	0.0000	0.0000	-10.0000	0.0000	0.0000
00 F	97.000	36.0000	403.0000	18.0000	50.0000	0.0000	0.0000	-10.0000	0.0000	0.0000
01 F	96.000	36.0000	403.0000	18.0000	50.0000	0.0000	0.0000	-10.0000	0.0000	0.0000
02 F	95.000	36.0000	403.0000	18.0000	50.0000	0.0000	0.0000	-10.0000	0.0000	0.0000
03 F	94.000	36.0000	403.0000	18.0000	50.0000	0.0000	0.0000	-10.0000	0.0000	0.0000
04 F	93.000	36.0000	403.0000	18.0000	50.0000	0.0000	0.0000	-10.0000	0.0000	0.0000
05 F	92.000	36.0000	403.0000	18.0000	50.0000	0.0000	0.0000	-10.0000	0.0000	0.0000
06 F	91.000	36.0000	403.0000	18.0000	50.0000	0.0000	0.0000	-10.0000	0.0000	0.0000
07 F	90.000	36.0000	403.0000	18.0000	50.0000	0.0000	0.0000	-10.0000	0.0000	0.0000
08 F	89.000	36.0000	403.0000	18.0000	50.0000	0.0000	0.0000	-10.0000	0.0000	0.0000
09 F	88.000	36.0000	403.0000	18.0000	50.0000	0.0000	0.0000	-10.0000	0.0000	0.0000
10 F	87.000	36.0000	403.0000	18.0000	50.0000	0.0000	0.0000	-10.0000	0.0000	0.0000



(VOLUMENES EN MILLONES DE METROS CUBICOS)

MES	ELEVACION AL PRINCIPIO DEL MES EN METROS	AREA AL PRINCIPIO DEL MES EN KM ²	VOLUMEN AL PRINCIPIO DEL MES	VOLUMEN DE CEFAIA	VOLUMEN DE CEFAIA	VOLUMEN LLUVIA	VOLUMEN EVAPORADO	VARIACION DEL VOLUMEN POR LLUVIA Y EVAPORAR	DEFICIT DE VOL.	VOLUMEN PERMANENTE
ANO 19										
01 E	107.500	28.0000	270.0000	66.5511	50.0000	0.0000	8.0001	-8.0001	17.4487	0.0000
02 F	107.500	28.0000	270.0000	66.5511	50.0000	0.0000	7.8363	-7.8363	31.2773	0.0000
03 M	107.500	28.0000	270.0000	66.5511	50.0000	0.0000	9.4813	-9.4813	50.8642	0.0000
04 A	107.500	28.0000	270.0000	66.5511	50.0000	0.0000	7.3193	-7.3193	33.5654	0.0000
05 M	107.500	28.0000	270.0000	66.5511	50.0000	0.0000	7.4710	-7.4710	15.7704	0.0000
06 J	107.500	28.0000	270.0000	66.5511	50.0000	0.0000	7.0000	-7.0000	0.0000	0.0000
07 J	107.500	28.0000	270.0000	66.5511	50.0000	0.0000	7.3600	-7.3600	0.0000	0.0000
08 A	107.500	28.0000	270.0000	66.5511	50.0000	0.0000	7.3600	-7.3600	0.0000	0.0000
09 S	107.500	28.0000	270.0000	66.5511	50.0000	0.0000	7.3600	-7.3600	0.0000	0.0000
10 O	107.500	28.0000	270.0000	66.5511	50.0000	0.0000	7.3600	-7.3600	0.0000	0.0000
11 N	107.500	28.0000	270.0000	66.5511	50.0000	0.0000	7.3600	-7.3600	0.0000	0.0000
12 D	107.500	28.0000	270.0000	66.5511	50.0000	0.0000	7.3600	-7.3600	0.0000	0.0000
ANO 11										
01 E	107.500	40.0000	112.0000	50.0000	50.0000	0.0000	7.0000	-7.0000	0.0000	0.0000
02 F	107.500	40.0000	112.0000	50.0000	50.0000	0.0000	7.0000	-7.0000	0.0000	0.0000
03 M	107.500	40.0000	112.0000	50.0000	50.0000	0.0000	7.0000	-7.0000	0.0000	0.0000
04 A	107.500	40.0000	112.0000	50.0000	50.0000	0.0000	7.0000	-7.0000	0.0000	0.0000
05 M	107.500	40.0000	112.0000	50.0000	50.0000	0.0000	7.0000	-7.0000	0.0000	0.0000
06 J	107.500	40.0000	112.0000	50.0000	50.0000	0.0000	7.0000	-7.0000	0.0000	0.0000
07 J	107.500	40.0000	112.0000	50.0000	50.0000	0.0000	7.0000	-7.0000	0.0000	0.0000
08 A	107.500	40.0000	112.0000	50.0000	50.0000	0.0000	7.0000	-7.0000	0.0000	0.0000
09 S	107.500	40.0000	112.0000	50.0000	50.0000	0.0000	7.0000	-7.0000	0.0000	0.0000
10 O	107.500	40.0000	112.0000	50.0000	50.0000	0.0000	7.0000	-7.0000	0.0000	0.0000
11 N	107.500	40.0000	112.0000	50.0000	50.0000	0.0000	7.0000	-7.0000	0.0000	0.0000
12 D	107.500	40.0000	112.0000	50.0000	50.0000	0.0000	7.0000	-7.0000	0.0000	0.0000
ANO 12										
01 E	107.500	30.0000	572.0000	50.0000	50.0000	0.0000	7.0000	-7.0000	0.0000	0.0000
02 F	107.500	30.0000	572.0000	50.0000	50.0000	0.0000	7.0000	-7.0000	0.0000	0.0000
03 M	107.500	30.0000	572.0000	50.0000	50.0000	0.0000	7.0000	-7.0000	0.0000	0.0000
04 A	107.500	30.0000	572.0000	50.0000	50.0000	0.0000	7.0000	-7.0000	0.0000	0.0000
05 M	107.500	30.0000	572.0000	50.0000	50.0000	0.0000	7.0000	-7.0000	0.0000	0.0000
06 J	107.500	30.0000	572.0000	50.0000	50.0000	0.0000	7.0000	-7.0000	0.0000	0.0000
07 J	107.500	30.0000	572.0000	50.0000	50.0000	0.0000	7.0000	-7.0000	0.0000	0.0000
08 A	107.500	30.0000	572.0000	50.0000	50.0000	0.0000	7.0000	-7.0000	0.0000	0.0000
09 S	107.500	30.0000	572.0000	50.0000	50.0000	0.0000	7.0000	-7.0000	0.0000	0.0000
10 O	107.500	30.0000	572.0000	50.0000	50.0000	0.0000	7.0000	-7.0000	0.0000	0.0000
11 N	107.500	30.0000	572.0000	50.0000	50.0000	0.0000	7.0000	-7.0000	0.0000	0.0000
12 D	107.500	30.0000	572.0000	50.0000	50.0000	0.0000	7.0000	-7.0000	0.0000	0.0000



(VOLUMEN EN MILLORES DE METROS CUBICOS)

MES	ELEVACION AL PRINCIPIO DEL MES EN METROS	AREA AL PRINCIPIO DEL MES EN KM ²	VOLUMEN AL PRINCIPIO DEL MES	VOLUMEN DE LLUBIA	VOLUMEN DE JORNADA	VOLUMEN DE LLUVIA	VOLUMEN EVAPORADO	VARIACION DEL VOLUMEN POR LLUBIA Y EVAPORACION	DEFICIT DE VOL.	VOLUMEN DEBANDADO
AÑO NO: 11										
145 F	07.500	28.0000	280.0000	07.3990	50.0000	0.0000	0.3090	-6.1010	0.7990	0.0000
146 F	07.500	28.0000	280.0000	32.0000	50.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	20.0000	0.0000
147 A	07.500	28.0000	280.0000	20.0000	50.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	30.0000	0.0000
148 A	07.500	28.0000	280.0000	27.0000	50.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	20.0000	0.0000
149 A	07.500	28.0000	280.0000	31.0000	50.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	20.0000	0.0000
15 J	07.500	28.0000	280.0000	70.0000	50.0000	2.0000	2.0000	-0.0000	70.0000	0.0000
151 J	07.500	28.0000	280.0000	23.0000	50.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000
152 J	07.500	28.0000	280.0000	13.0000	50.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000
153 S	07.500	28.0000	280.0000	32.0000	50.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000
154 S	07.500	28.0000	280.0000	40.0000	50.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000
155 S	07.500	28.0000	280.0000	30.0000	50.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000
156 D	07.500	28.0000	280.0000	15.0000	50.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000
AÑO NO: 10										
157 F	07.500	44.4722	729.2544	3.0000	50.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000
158 F	07.500	44.4722	729.2544	10.0000	50.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000
159 A	07.500	44.4722	729.2544	10.0000	50.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000
16 J	07.500	44.4722	729.2544	10.0000	50.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000
161 J	07.500	44.4722	729.2544	3.0000	50.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000
162 J	07.500	44.4722	729.2544	3.0000	50.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000
163 J	07.500	44.4722	729.2544	3.0000	50.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000
164 S	07.500	44.4722	729.2544	3.0000	50.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000
165 S	07.500	44.4722	729.2544	3.0000	50.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000
166 S	07.500	44.4722	729.2544	3.0000	50.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000
167 D	07.500	44.4722	729.2544	3.0000	50.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000
168 D	07.500	44.4722	729.2544	3.0000	50.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000
AÑO NO: 09										
169 F	07.500	44.4722	729.2544	3.0000	50.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000
170 F	07.500	44.4722	729.2544	3.0000	50.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000
171 A	07.500	44.4722	729.2544	3.0000	50.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000
172 A	07.500	44.4722	729.2544	3.0000	50.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000
173 J	07.500	44.4722	729.2544	3.0000	50.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000
174 J	07.500	44.4722	729.2544	3.0000	50.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000
175 J	07.500	44.4722	729.2544	3.0000	50.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000
176 J	07.500	44.4722	729.2544	3.0000	50.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000
177 S	07.500	44.4722	729.2544	3.0000	50.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000
178 S	07.500	44.4722	729.2544	3.0000	50.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000
179 D	07.500	44.4722	729.2544	3.0000	50.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000



(VOLUMENES EN MILLONES DE METROS CUBICOS)

ELEVACION AL PRINCIPIO DEL MES EN METROS		AREA AL PRINCIPIO DEL MES EN KM2	VOLUMEN AL PRINCIPIO DEL MES	VOLUMEN DE ESCAPE	VOLUMEN DE GEMAJA	VOLUMEN LLOVIC	VOLUMEN EVAPORADO	VARIACION DE VOLUMEN POR LLUVIA Y EVAPORAC	DEFICIT DE VOL.	VOLUMEN DEMANADO
AÑO HO: 16										
F	21.137	46.4502	796.4154	19.7663	50.0000	0.0000	7.7000	-7.7000	0.0000	0.0000
F	22.2417	46.4502	796.4154	19.7663	50.0000	0.1145	7.3194	-7.2049	0.0000	0.0000
A	23.162	46.4502	796.4154	19.7663	50.0000	0.1104	7.7600	-7.6496	0.0000	0.0000
A	24.3727	46.4502	796.4154	19.7663	50.0000	0.0340	7.4000	-7.3660	0.0000	0.0000
M	25.7817	46.4502	796.4154	19.7663	50.0000	1.0000	7.0000	-5.9999	0.0000	0.0000
M	27.0221	46.4502	796.4154	19.7663	50.0000	1.0000	7.0000	-5.9999	0.0000	0.0000
J	28.706	46.4502	796.4154	19.7663	50.0000	1.0000	7.0000	-5.9999	0.0000	0.0000
J	30.7170	46.4502	796.4154	19.7663	50.0000	1.0000	7.0000	-5.9999	0.0000	0.0000
A	32.0221	46.4502	796.4154	19.7663	50.0000	1.0000	7.0000	-5.9999	0.0000	0.0000
S	33.0221	46.4502	796.4154	19.7663	50.0000	1.0000	7.0000	-5.9999	0.0000	474.0000
O	34.0221	46.4502	796.4154	19.7663	50.0000	1.0000	7.0000	-5.9999	0.0000	142.0000
N	35.0221	46.4502	796.4154	19.7663	50.0000	1.0000	7.0000	-5.9999	0.0000	56.0000
D	36.0221	46.4502	796.4154	19.7663	50.0000	1.0000	7.0000	-5.9999	0.0000	21.0000
AÑO HO: 17										
F	37.250	50.7000	997.0000	11.0000	50.0000	0.0000	9.1000	-9.1000	0.0000	0.0000
F	38.250	50.7000	997.0000	11.0000	50.0000	0.1000	8.7000	-8.6000	0.0000	0.0000
A	39.250	50.7000	997.0000	11.0000	50.0000	0.1000	8.7000	-8.6000	0.0000	0.0000
A	40.250	50.7000	997.0000	11.0000	50.0000	0.1000	8.7000	-8.6000	0.0000	0.0000
M	41.250	50.7000	997.0000	11.0000	50.0000	0.1000	8.7000	-8.6000	0.0000	0.0000
M	42.250	50.7000	997.0000	11.0000	50.0000	0.1000	8.7000	-8.6000	0.0000	0.0000
J	43.250	50.7000	997.0000	11.0000	50.0000	0.1000	8.7000	-8.6000	0.0000	0.0000
J	44.250	50.7000	997.0000	11.0000	50.0000	0.1000	8.7000	-8.6000	0.0000	0.0000
A	45.250	50.7000	997.0000	11.0000	50.0000	0.1000	8.7000	-8.6000	0.0000	0.0000
S	46.250	50.7000	997.0000	11.0000	50.0000	0.1000	8.7000	-8.6000	0.0000	0.0000
O	47.250	50.7000	997.0000	11.0000	50.0000	0.1000	8.7000	-8.6000	0.0000	0.0000
N	48.250	50.7000	997.0000	11.0000	50.0000	0.1000	8.7000	-8.6000	0.0000	0.0000
D	49.250	50.7000	997.0000	11.0000	50.0000	0.1000	8.7000	-8.6000	0.0000	0.0000
AÑO HO: 18										
F	50.250	50.7000	997.0000	11.0000	50.0000	0.1000	8.7000	-8.6000	0.0000	0.0000
F	51.250	50.7000	997.0000	11.0000	50.0000	0.1000	8.7000	-8.6000	0.0000	0.0000
A	52.250	50.7000	997.0000	11.0000	50.0000	0.1000	8.7000	-8.6000	0.0000	0.0000
A	53.250	50.7000	997.0000	11.0000	50.0000	0.1000	8.7000	-8.6000	0.0000	0.0000
M	54.250	50.7000	997.0000	11.0000	50.0000	0.1000	8.7000	-8.6000	0.0000	0.0000
M	55.250	50.7000	997.0000	11.0000	50.0000	0.1000	8.7000	-8.6000	0.0000	0.0000
J	56.250	50.7000	997.0000	11.0000	50.0000	0.1000	8.7000	-8.6000	0.0000	0.0000
J	57.250	50.7000	997.0000	11.0000	50.0000	0.1000	8.7000	-8.6000	0.0000	0.0000
A	58.250	50.7000	997.0000	11.0000	50.0000	0.1000	8.7000	-8.6000	0.0000	0.0000
S	59.250	50.7000	997.0000	11.0000	50.0000	0.1000	8.7000	-8.6000	0.0000	0.0000
O	60.250	50.7000	997.0000	11.0000	50.0000	0.1000	8.7000	-8.6000	0.0000	0.0000
N	61.250	50.7000	997.0000	11.0000	50.0000	0.1000	8.7000	-8.6000	0.0000	0.0000
D	62.250	50.7000	997.0000	11.0000	50.0000	0.1000	8.7000	-8.6000	0.0000	0.0000



(VOLUMENES EN MILLONES DE METROS CUBICOS)

MES	ELEVACION AL PRINCIPIO DEL MES EN METROS		ARFA AL PRINCIPIO DEL MES EN KI2		VOLUMEN AL PRINCIPIO DEL MES	VOLUMEN DE EFUZZA	VOLUMEN DE SECAIDA	VOLUMEN DE LLOVIZ.	VOLUMEN EVAPORADO	VARIACION DE VOLUMEN POR LLUVIA Y EVAPORAS	DEFICIT RE VOL.	VOLUMEN DEMANADO
	NOI	19	NOI	19								
AÑO	NOI	19	NOI	19								
ENERO	20,350	50,7800	297,0900	26,4606	50,0000	0,0000	0,7410	-0,7410	0,0000	0,0000	0,0000	
FEBRERO	21,700	50,1275	250,4777	26,3504	50,0000	0,1291	0,7407	-0,6116	0,0000	0,0000		
MARZO	22,501	49,2728	196,4311	27,7666	50,0000	0,1788	6,4352	-6,2564	0,0000	0,0000		
ABRIL	23,202	48,5172	126,7277	28,0167	50,0000	0,2285	7,0006	-6,7721	0,0000	0,0000		
MAYO	24,103	47,8175	62,7277	28,0176	50,0000	0,2782	6,0027	-5,7245	0,0000	0,0000		
JUNIO	25,104	47,1700	14,1700	28,0176	50,0000	0,3279	5,0011	-4,6732	0,0000	0,0000		
JULIO	26,205	46,6700	0,6700	28,0176	50,0000	0,3776	4,0000	-3,3224	0,0000	0,0000		
AGOSTO	27,406	46,3200	0,3200	28,0176	50,0000	0,4273	3,0000	-2,5727	0,0000	0,0000		
SEPTIEMBRE	28,707	46,0700	0,0700	28,0176	50,0000	0,4770	2,0000	-1,5230	0,0000	0,0000		
OCTUBRE	30,108	45,9200	0,0000	28,0176	50,0000	0,5267	1,0000	-0,4733	0,0000	0,0000		
NOVIEMBRE	31,609	45,8700	0,0000	28,0176	50,0000	0,5764	0,0000	-0,5764	0,0000	0,0000		
DICIEMBRE	33,210	45,9200	0,0000	28,0176	50,0000	0,6261	0,0000	-0,6261	0,0000	0,0000		
TOTAL	13,319	36,4002	501,0217	28,0644	50,0000	0,7000	7,0000	-6,3000	0,0000	0,0000		
AÑO	NOI	20	NOI	20								
ENERO	12,331	36,4041	244,2371	36,0022	50,0000	0,0000	7,0731	-7,0731	0,0000	0,0000		
FEBRERO	11,700	36,2577	180,2577	36,0026	50,0000	0,0587	7,0763	-7,0176	0,0000	0,0000		
MARZO	11,100	36,1113	116,1113	36,0030	50,0000	0,1174	7,0795	-6,9621	0,0000	0,0000		
ABRIL	10,500	36,0100	52,0100	36,0034	50,0000	0,1761	7,0827	-6,9066	0,0000	0,0000		
MAYO	10,000	35,9587	0,9587	36,0038	50,0000	0,2348	7,0859	-6,8511	0,0000	0,0000		
JUNIO	9,600	35,9075	0,0000	36,0042	50,0000	0,2935	7,0891	-6,7955	0,0000	0,0000		
JULIO	9,300	35,8563	0,0000	36,0046	50,0000	0,3522	7,0923	-6,7399	0,0000	0,0000		
AGOSTO	9,100	35,8051	0,0000	36,0050	50,0000	0,4109	7,0955	-6,6843	0,0000	0,0000		
SEPTIEMBRE	9,000	35,7539	0,0000	36,0054	50,0000	0,4696	7,0987	-6,6287	0,0000	0,0000		
OCTUBRE	9,000	35,7027	0,0000	36,0058	50,0000	0,5283	7,1019	-6,5731	0,0000	0,0000		
NOVIEMBRE	9,000	35,6515	0,0000	36,0062	50,0000	0,5870	7,1051	-6,5175	0,0000	0,0000		
DICIEMBRE	9,000	35,6003	0,0000	36,0066	50,0000	0,6457	7,1083	-6,4619	0,0000	0,0000		
TOTAL	119,633	49,3174	727,4746	36,0035	50,0000	0,6000	7,0000	-6,4000	0,0000	0,0000		
AÑO	NOI	21	NOI	21								
ENERO	20,003	45,9033	74,0033	45,0031	50,0000	0,0000	7,0316	-7,0316	0,0000	0,0000		
FEBRERO	20,003	45,8521	73,0021	45,0035	50,0000	0,0584	7,0348	-6,9764	0,0000	0,0000		
MARZO	20,003	45,8009	72,0009	45,0039	50,0000	0,1171	7,0380	-6,9180	0,0000	0,0000		
ABRIL	20,003	45,7497	71,0000	45,0043	50,0000	0,1758	7,0412	-6,8596	0,0000	0,0000		
MAYO	20,003	45,6985	70,0000	45,0047	50,0000	0,2345	7,0444	-6,8012	0,0000	0,0000		
JUNIO	20,003	45,6473	69,0000	45,0051	50,0000	0,2932	7,0476	-6,7428	0,0000	0,0000		
JULIO	20,003	45,5961	68,0000	45,0055	50,0000	0,3519	7,0508	-6,6844	0,0000	0,0000		
AGOSTO	20,003	45,5449	67,0000	45,0059	50,0000	0,4106	7,0540	-6,6260	0,0000	0,0000		
SEPTIEMBRE	20,003	45,4937	66,0000	45,0063	50,0000	0,4693	7,0572	-6,5676	0,0000	0,0000		
OCTUBRE	20,003	45,4425	65,0000	45,0067	50,0000	0,5280	7,0604	-6,5092	0,0000	0,0000		
NOVIEMBRE	20,003	45,3913	64,0000	45,0071	50,0000	0,5867	7,0636	-6,4508	0,0000	0,0000		
DICIEMBRE	20,003	45,3401	63,0000	45,0075	50,0000	0,6454	7,0668	-6,3924	0,0000	0,0000		
TOTAL	20,003	45,3401	63,0000	45,0075	50,0000	0,6454	7,0668	-6,3924	0,0000	0,0000		



(VOLUMENES EN MILLONES DE METROS CUBICOS)

AÑO	MESES	ELEVACION AL PRINCIPIO DEL MES EN METROS	AREA AL PRINCIPIO DEL MES EN KM ²	VOLUMEN AL PRINCIPIO DEL MES	VOLUMEN DE LIZADA	VOLUMEN DE VEJIDA	VOLUMEN DE LLUVIA	VOLUMEN EVAPORADO	VARIACION DE VOLUMEN DE LLUVIA Y EVAPORACION	DEFICIT DE VOL.	VOLUMEN ULTRAPADO
1954	ENE	22.507	48.3734	848.8367	30.2850	50.0000	0.0000	0.2300	-0.2300	0.0000	0.0000
	FEB	22.000	47.9902	850.8124	29.2300	50.0000	0.0000	0.0747	-0.5000	0.0000	0.0000
	MAR	21.100	47.4875	849.1247	10.1300	50.0000	0.1743	0.1743	-0.5000	0.0000	0.0000
	ABR	20.705	45.9875	777.8200	11.1800	50.0000	0.0000	0.0000	-0.1671	0.0000	0.0000
	MAY	19.811	44.7400	737.0200	14.1000	50.0000	0.0000	0.0000	-0.2000	0.0000	0.0000
	JUN	19.100	43.1100	719.0000	20.5570	50.0000	0.0000	0.0000	-0.2000	0.0000	0.0000
	JUL	18.407	42.5475	676.1000	25.5665	50.0000	0.0000	0.0000	-0.2000	0.0000	0.0000
	AUG	17.111	40.4300	700.5600	12.5665	45.0000	0.0000	0.0000	-0.2000	0.0000	0.0000
	AGO	16.607	40.4300	700.5600	12.5665	45.0000	0.0000	0.0000	-0.2000	0.0000	0.0000
	SEPT	15.607	40.4300	700.5600	12.5665	45.0000	10.0000	0.0000	0.0000	0.0000	238.4332
	OCT	15.000	40.4300	700.5600	12.5665	45.0000	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	214.0095
	NOV	14.500	40.4300	700.5600	12.5665	45.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
DIC	14.000	40.4300	700.5600	12.5665	50.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	
1955	ENE	22.300	48.1070	856.0487	32.5514	50.0000	0.1000	0.3117	-0.3117	0.0000	0.0000
	FEB	21.600	47.2000	829.2117	19.7000	50.0000	0.1000	0.3117	-0.5000	0.0000	0.0000
	MAR	21.000	46.3000	781.0000	16.7000	50.0000	0.1000	0.1000	-0.5000	0.0000	0.0000
	ABR	20.705	44.8000	701.0000	6.0000	50.0000	0.1000	0.1000	-0.5000	0.0000	0.0000
	MAY	19.800	43.1000	681.0000	17.0000	50.0000	2.1000	0.1000	-0.5000	0.0000	0.0000
	JUN	19.100	42.5000	681.0000	21.0000	45.0000	3.1000	0.1000	-0.5000	0.0000	0.0000
	JUL	18.400	41.0000	700.5600	12.5665	45.0000	0.0000	0.0000	-0.5000	0.0000	106.8152
	AUG	17.100	40.4300	700.5600	12.5665	45.0000	0.0000	0.0000	-0.5000	0.0000	0.0000
	AGO	16.600	40.4300	700.5600	12.5665	45.0000	11.0000	0.0000	0.0000	0.0000	181.0000
	SEPT	15.600	40.4300	700.5600	12.5665	45.0000	0.0000	0.0000	-0.5000	0.0000	0.0000
	OCT	15.000	40.4300	700.5600	12.5665	45.0000	0.0000	0.0000	-0.5000	0.0000	0.0000
	NOV	14.500	40.4300	700.5600	12.5665	50.0000	0.0000	0.0000	-0.5000	0.0000	0.0000
1956	ENE	20.501	44.3317	725.2192	33.6000	50.0000	0.0000	0.0000	-0.5000	0.0000	0.0000
	FEB	19.800	43.4000	700.5600	20.0000	50.0000	0.0000	0.0000	-0.5000	0.0000	0.0000
	MAR	19.100	42.5000	681.0000	17.0000	50.0000	0.0000	0.0000	-0.5000	0.0000	0.0000
	ABR	18.400	41.0000	681.0000	21.0000	50.0000	2.3000	0.0000	-0.5000	0.0000	0.0000
	MAY	17.700	40.4300	681.0000	21.0000	50.0000	0.0000	0.0000	-0.5000	0.0000	0.0000
	JUN	17.000	40.4300	681.0000	21.0000	45.0000	11.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	JUL	16.300	40.4300	681.0000	21.0000	45.0000	0.0000	0.0000	-0.5000	0.0000	0.0000
	AUG	15.600	40.4300	681.0000	21.0000	45.0000	0.0000	0.0000	-0.5000	0.0000	0.0000
	AGO	15.000	40.4300	681.0000	21.0000	45.0000	0.0000	0.0000	-0.5000	0.0000	0.0000
	SEPT	14.300	40.4300	681.0000	21.0000	45.0000	0.0000	0.0000	-0.5000	0.0000	0.0000
	OCT	13.600	40.4300	681.0000	21.0000	45.0000	0.0000	0.0000	-0.5000	0.0000	0.0000
	NOV	13.000	40.4300	681.0000	21.0000	50.0000	0.0000	0.0000	-0.5000	0.0000	0.0000



(VOLUMENES EN MILLOLES DE METROS CUBICOS)

MES	ELEVACION AL PRINCIPIO DEL MES EN METROS	AREA AL PRINCIPIO DEL MES EN KM ²	VOLUMEN AL PRINCIPIO DEL MES	VOLUMEN DE ENTRADA	VOLUMEN DE SALIDA	VOLUMEN LLOVIZ	VOLUMEN EVAPORADO	VARIACION DE VOLUMEN POR LLUVIA Y EVAPORAC	DEFICIT DE VOL.	VOLUMEN DEFICITADO
AÑO 1961 2^o										
ENE	121.100	46.4980	797.9630	27.3633	50.0000	0.0010	0.7036	-0.7026	0.0000	0.0000
FEB	121.564	47.6174	776.0882	23.0922	50.0000	0.0114	0.1334	-0.3277	0.0000	0.0000
MAR	119.470	47.5144	730.1540	13.0265	50.0000	0.0040	0.4192	-0.3210	0.0000	0.0000
ABR	117.476	47.4743	683.1674	6.7052	50.0000	0.0003	2.2160	-7.2205	0.0000	0.0000
MAY	117.027	47.4227	628.0021	2.0114	50.0000	0.0000	1.2638	-7.2205	0.0000	0.0000
JUN	116.506	47.3701	566.0046	0.7130	50.0000	0.0000	0.3716	-1.5010	0.0000	0.0000
JUL	116.071	47.3173	506.0000	0.0000	50.0000	0.0000	0.0000	-1.5010	0.0000	0.0000
AUG	115.625	47.2645	447.0036	20.0204	50.0000	0.0000	1.7097	-4.3702	0.0000	0.0000
AGO	115.179	47.2117	387.0036	31.0000	50.0000	0.0000	2.4111	-3.2102	0.0000	0.0000
SEPT	114.733	47.1589	328.0036	31.0000	50.0000	0.0000	2.7107	-3.2102	0.0000	0.0000
OCT	114.287	47.1061	269.0036	31.0000	50.0000	0.0000	2.4111	-3.2102	0.0000	0.0000
NOV	113.841	47.0533	210.0036	31.0000	50.0000	0.0000	2.1107	-3.2102	0.0000	0.0000
DIC	113.395	47.0005	151.0036	31.0000	50.0000	0.0000	1.8107	-3.2102	0.0000	0.0000
TOTAL	117.000	48.5000	674.0000	17.0000	50.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000
AÑO 1962 2^o										
ENE	116.701	43.6130	619.4012	13.4173	50.0000	0.0000	6.5324	-6.5324	0.0000	0.0000
FEB	116.247	43.5602	606.2077	13.0000	50.0000	0.0000	6.1504	-6.1504	0.0000	0.0000
MAR	115.793	43.5074	593.0141	26.0000	50.0000	0.0000	6.0000	-6.0000	0.0000	0.0000
ABR	115.339	43.4546	579.8205	31.0000	50.0000	0.0000	6.0000	-6.0000	0.0000	0.0000
MAY	114.885	43.4018	566.6269	31.0000	50.0000	0.0000	6.0000	-6.0000	0.0000	0.0000
JUN	114.431	43.3490	553.4333	31.0000	50.0000	0.0000	6.0000	-6.0000	0.0000	0.0000
JUL	113.977	43.2962	540.2397	31.0000	50.0000	0.0000	6.0000	-6.0000	0.0000	0.0000
AUG	113.523	43.2434	527.0461	31.0000	50.0000	0.0000	6.0000	-6.0000	0.0000	0.0000
AGO	113.069	43.1906	513.8525	31.0000	50.0000	0.0000	6.0000	-6.0000	0.0000	0.0000
SEPT	112.615	43.1378	500.6589	31.0000	50.0000	0.0000	6.0000	-6.0000	0.0000	0.0000
OCT	112.161	43.0850	487.4653	31.0000	50.0000	0.0000	6.0000	-6.0000	0.0000	0.0000
NOV	111.707	43.0322	474.2717	31.0000	50.0000	0.0000	6.0000	-6.0000	0.0000	0.0000
DIC	111.253	42.9794	461.0781	31.0000	50.0000	0.0000	6.0000	-6.0000	0.0000	0.0000
TOTAL	113.000	43.0000	500.0000	17.0000	50.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000
AÑO 1963 2^o										
ENE	119.500	43.5032	703.9400	39.0000	50.0000	0.0000	7.0000	-7.0000	0.0000	0.0000
FEB	119.046	43.4504	690.7464	39.0000	50.0000	0.0000	7.0000	-7.0000	0.0000	0.0000
MAR	118.592	43.3976	677.5528	39.0000	50.0000	0.0000	7.0000	-7.0000	0.0000	0.0000
ABR	118.138	43.3448	664.3592	39.0000	50.0000	0.0000	7.0000	-7.0000	0.0000	0.0000
MAY	117.684	43.2920	651.1656	39.0000	50.0000	0.0000	7.0000	-7.0000	0.0000	0.0000
JUN	117.230	43.2392	637.9720	39.0000	50.0000	0.0000	7.0000	-7.0000	0.0000	0.0000
JUL	116.776	43.1864	624.7784	39.0000	50.0000	0.0000	7.0000	-7.0000	0.0000	0.0000
AUG	116.322	43.1336	611.5848	39.0000	50.0000	0.0000	7.0000	-7.0000	0.0000	0.0000
AGO	115.868	43.0808	598.3912	39.0000	50.0000	0.0000	7.0000	-7.0000	0.0000	0.0000
SEPT	115.414	43.0280	585.1976	39.0000	50.0000	0.0000	7.0000	-7.0000	0.0000	0.0000
OCT	114.960	42.9752	572.0040	39.0000	50.0000	0.0000	7.0000	-7.0000	0.0000	0.0000
NOV	114.506	42.9224	558.8104	39.0000	50.0000	0.0000	7.0000	-7.0000	0.0000	0.0000
DIC	114.052	42.8696	545.6168	39.0000	50.0000	0.0000	7.0000	-7.0000	0.0000	0.0000
TOTAL	113.000	43.0000	500.0000	17.0000	50.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000



(VOLUMENES EN MILLONES DE METROS CUBICOS)

AÑO	MES	ELEVACION AL PRINCIPIO DEL MES EN METROS	AREA AL PRINCIPIO DEL MES EN KM ²	VOLUMEN AL PRINCIPIO DEL MES	VOLUMEN DE ENTRADA	VOLUMEN DE DEMANDA	VOLUMEN DE LLUVIA	VOLUMEN DE EVAPORACION	VARIACION DE VOLUMEN POR LLUVIA Y EVAPORACION	DEFICIT DE VOL.	VOLUMEN DE RESERVA
1955	ENE	24.657	50.4371	937.6751	51.1893	50.0000	0.0000	6.5952	-6.5952	0.0000	0.0000
	FEB	23.445	50.2847	937.2927	51.1108	50.0000	0.1219	5.0776	-5.1595	0.0000	0.0000
	MAR	23.445	49.5811	927.5271	51.4437	50.0000	0.0000	7.6399	-7.6399	0.0000	0.0000
	ABR	22.741	48.7111	871.0701	52.1828	50.0000	0.0000	6.6379	-6.6379	0.0000	0.0000
	MAY	22.190	48.1194	854.1705	50.2663	50.0000	0.0000	6.7476	-6.7476	0.0000	0.0000
	JUN	21.699	47.1943	819.1185	50.3330	50.0000	0.0000	6.7476	-6.7476	0.0000	0.0000
	JUL	21.208	46.2692	774.0267	50.7308	50.0000	0.0000	6.7476	-6.7476	0.0000	0.0000
	AUG	20.717	45.3441	729.0267	51.1286	50.0000	17.1747	6.4400	13.7347	0.0000	0.0000
	SEPT	20.226	44.4190	684.0267	51.5264	50.0000	17.1747	6.4400	13.7347	0.0000	0.0000
	OCT	19.735	43.4939	639.0267	51.9242	50.0000	17.1747	6.4400	13.7347	0.0000	0.0000
	NOV	19.244	42.5688	594.0267	52.3220	50.0000	17.1747	6.4400	13.7347	0.0000	0.0000
	DIC	18.753	41.6437	549.0267	52.7198	50.0000	17.1747	6.4400	13.7347	0.0000	0.0000
1956	ENE	18.262	40.7186	504.0267	53.1176	50.0000	17.1747	6.4400	13.7347	0.0000	0.0000
	FEB	17.771	39.7935	459.0267	53.5154	50.0000	17.1747	6.4400	13.7347	0.0000	0.0000
	MAR	17.280	38.8684	414.0267	53.9132	50.0000	17.1747	6.4400	13.7347	0.0000	0.0000
	ABR	16.789	37.9433	369.0267	54.3110	50.0000	17.1747	6.4400	13.7347	0.0000	0.0000
	MAY	16.298	37.0182	324.0267	54.7088	50.0000	17.1747	6.4400	13.7347	0.0000	0.0000
	JUN	15.807	36.0931	279.0267	55.1066	50.0000	17.1747	6.4400	13.7347	0.0000	0.0000
	JUL	15.316	35.1680	234.0267	55.5044	50.0000	17.1747	6.4400	13.7347	0.0000	0.0000
	AUG	14.825	34.2429	189.0267	55.9022	50.0000	17.1747	6.4400	13.7347	0.0000	0.0000
	SEPT	14.334	33.3178	144.0267	56.2999	50.0000	17.1747	6.4400	13.7347	0.0000	0.0000
	OCT	13.843	32.3927	99.0267	56.6977	50.0000	17.1747	6.4400	13.7347	0.0000	0.0000
	NOV	13.352	31.4676	54.0267	57.0955	50.0000	17.1747	6.4400	13.7347	0.0000	0.0000
	DIC	12.861	30.5425	9.0267	57.4933	50.0000	17.1747	6.4400	13.7347	0.0000	0.0000
1957	ENE	12.370	29.6174	44.0267	57.8911	50.0000	17.1747	6.4400	13.7347	0.0000	0.0000
	FEB	11.879	28.6923	1.0267	58.2889	50.0000	17.1747	6.4400	13.7347	0.0000	0.0000
	MAR	11.388	27.7672	44.0267	58.6867	50.0000	17.1747	6.4400	13.7347	0.0000	0.0000
	ABR	10.897	26.8421	89.0267	59.0845	50.0000	17.1747	6.4400	13.7347	0.0000	0.0000
	MAY	10.406	25.9170	134.0267	59.4823	50.0000	17.1747	6.4400	13.7347	0.0000	0.0000
	JUN	9.915	24.9919	179.0267	59.8801	50.0000	17.1747	6.4400	13.7347	0.0000	0.0000
	JUL	9.424	24.0668	224.0267	60.2779	50.0000	17.1747	6.4400	13.7347	0.0000	0.0000
	AUG	8.933	23.1417	269.0267	60.6757	50.0000	17.1747	6.4400	13.7347	0.0000	0.0000
	SEPT	8.442	22.2166	314.0267	61.0735	50.0000	17.1747	6.4400	13.7347	0.0000	0.0000
	OCT	7.951	21.2915	359.0267	61.4713	50.0000	17.1747	6.4400	13.7347	0.0000	0.0000
	NOV	7.460	20.3664	404.0267	61.8691	50.0000	17.1747	6.4400	13.7347	0.0000	0.0000
	DIC	6.969	19.4413	449.0267	62.2669	50.0000	17.1747	6.4400	13.7347	0.0000	0.0000
1958	ENE	6.478	18.5162	494.0267	62.6647	50.0000	17.1747	6.4400	13.7347	0.0000	0.0000
	FEB	5.987	17.5911	439.0267	63.0625	50.0000	17.1747	6.4400	13.7347	0.0000	0.0000
	MAR	5.496	16.6660	384.0267	63.4603	50.0000	17.1747	6.4400	13.7347	0.0000	0.0000
	ABR	5.005	15.7409	329.0267	63.8581	50.0000	17.1747	6.4400	13.7347	0.0000	0.0000
	MAY	4.514	14.8158	274.0267	64.2559	50.0000	17.1747	6.4400	13.7347	0.0000	0.0000
	JUN	4.023	13.8907	219.0267	64.6537	50.0000	17.1747	6.4400	13.7347	0.0000	0.0000
	JUL	3.532	12.9656	164.0267	65.0515	50.0000	17.1747	6.4400	13.7347	0.0000	0.0000
	AUG	3.041	12.0405	109.0267	65.4493	50.0000	17.1747	6.4400	13.7347	0.0000	0.0000
	SEPT	2.550	11.1154	54.0267	65.8471	50.0000	17.1747	6.4400	13.7347	0.0000	0.0000
	OCT	2.059	10.1903	1.0267	66.2449	50.0000	17.1747	6.4400	13.7347	0.0000	0.0000
	NOV	1.568	9.2652	44.0267	66.6427	50.0000	17.1747	6.4400	13.7347	0.0000	0.0000
	DIC	1.077	8.3401	89.0267	67.0405	50.0000	17.1747	6.4400	13.7347	0.0000	0.0000



(VOLUMENES EN MILLONES DE METROS CUBICOS)

ELEVACION AL PRINCIPIO DEL MES EN METROS		AREA AL PRINCIPIO DEL MES EN KM ²	VOLUMEN AL PRINCIPIO DEL MES	VOLUMEN DE LLEVIADA	VOLUMEN DE DEMANDA	VOLUMEN LLUVIA	VOLUMEN EVAPORADO	VARIACION DE VOLUMEN POR LLUVIA Y EVAPORACION	DEFICIT DE VOL.	VOLUMEN CUMULADO	
AÑO NO: 31											
301	E	107,500	28,6000	28,0000	26,2135	50,0000	0,0000	7,3391	-7,3391	31,1256	0,0000
302	F	107,500	28,6000	28,0000	14,6075	50,0000	0,1407	6,3886	-4,2227	37,2592	0,0000
303	A	107,500	28,6000	28,0000	17,6017	50,0000	0,1407	7,3391	-7,3391	37,2592	0,0000
304	M	107,500	28,6000	28,0000	27,3135	50,0000	0,1407	7,3391	-7,3391	37,2592	0,0000
305	J	107,500	28,6000	28,0000	27,3135	50,0000	1,1641	1,0000	-2,1641	37,2592	0,0000
306	J	107,500	28,6000	28,0000	27,3135	50,0000	2,5146	2,0000	-0,5146	37,2592	0,0000
307	J	107,770	28,7771	28,0000	14,6075	45,0000	2,0301	2,0301	-0,1101	0,0000	0,0000
308	A	107,770	28,7771	28,0000	14,6075	45,0000	4,3267	7,0000	-3,4733	31,4904	0,0000
309	M	107,770	28,7771	28,0000	14,6075	45,0000	4,3267	7,0000	-3,4733	16,1536	0,0000
310	J	107,770	28,7771	28,0000	14,6075	45,0000	0,1407	6,0000	-5,8523	0,0000	0,0000
311	J	107,770	28,7771	28,0000	14,6075	45,0000	2,0301	6,0000	-4,9699	140,0000	0,0000
312	D	107,500	28,0000	28,0000	31,2465	50,0000	0,0000	7,0000	-0,7535	10,2430	0,0000
AÑO NO: 32											
313	E	107,500	28,0000	28,0000	25,1030	50,0000	0,0000	7,3391	-7,3391	31,2430	0,0000
314	F	107,500	28,0000	28,0000	14,6075	50,0000	0,1407	6,0000	-7,5323	37,2592	0,0000
315	A	107,500	28,0000	28,0000	14,6075	50,0000	0,1407	6,0000	-7,5323	37,2592	0,0000
316	M	107,500	28,0000	28,0000	26,7510	50,0000	0,1742	6,0000	-7,8242	37,2592	0,0000
317	J	107,500	28,0000	28,0000	26,7510	50,0000	1,1641	7,1327	-6,7117	10,5454	0,0000
318	J	107,500	28,0000	28,0000	26,7510	50,0000	2,5146	6,0000	-3,4854	101,5000	0,0000
319	J	107,500	28,0000	28,0000	26,7510	50,0000	4,0331	4,0000	-0,0331	95,0135	0,0000
320	J	107,500	28,0000	28,0000	26,7510	50,0000	8,4837	0,0000	-8,4837	0,0000	0,0000
321	A	107,500	28,0000	28,0000	26,7510	50,0000	13,7713	0,0000	-13,7713	0,0000	0,0000
322	M	107,500	28,0000	28,0000	26,7510	50,0000	17,2079	0,0000	-17,2079	27,3762	0,0000
323	J	107,500	28,0000	28,0000	26,7510	50,0000	17,2079	0,0000	-17,2079	103,1150	0,0000
324	D	107,500	28,0000	28,0000	17,2079	50,0000	1,0000	1,0000	-0,7921	40,0000	0,0000
AÑO NO: 33											
325	E	107,500	28,0000	28,0000	12,3900	50,0000	0,0000	6,2491	-6,2491	15,0000	0,0000
326	F	107,500	28,0000	28,0000	20,7050	50,0000	0,2500	6,0000	-7,0050	29,0000	0,0000
327	A	107,500	28,0000	28,0000	20,7050	50,0000	0,2500	6,0000	-7,0050	29,0000	0,0000
328	M	107,500	28,0000	28,0000	37,0000	50,0000	0,2500	6,0000	-7,0050	31,0000	0,0000
329	J	107,500	28,0000	28,0000	37,0000	50,0000	0,2500	6,0000	-7,0050	17,0000	0,0000
330	J	107,500	28,0000	28,0000	37,0000	50,0000	2,0000	7,0000	-5,0000	0,0000	0,0000
331	A	107,500	28,0000	28,0000	37,0000	50,0000	4,0000	7,0000	-3,0000	0,0000	0,0000
332	M	107,500	28,0000	28,0000	37,0000	50,0000	10,0000	6,0000	-4,0000	0,0000	0,0000
333	J	107,500	28,0000	28,0000	37,0000	50,0000	15,0000	6,0000	-9,0000	0,0000	0,0000
334	J	107,500	28,0000	28,0000	37,0000	50,0000	20,0000	6,0000	-14,0000	0,0000	0,0000
335	A	107,500	28,0000	28,0000	37,0000	50,0000	25,0000	6,0000	-19,0000	0,0000	0,0000
336	M	107,500	28,0000	28,0000	37,0000	50,0000	30,0000	6,0000	-24,0000	0,0000	0,0000



(VOLUMENES EN MILLONES DE METROS CUBICOS)

MES	ELEVACION AL PRINCICIO DEL MES EN METROS	AREA AL PRINCICIO DEL MES EN KM ²	VOLUMEN AL PRINCICIO DEL MES	VOLUMEN DE FUNDADA	VOLUMEN DE CAPALIA	VOLUMEN DE LUBICO	VOLUMEN EVAPORADO	VARIACION DE VOLUMEN POR LLUVIA Y EVAPORAR	DEFICIT DE VOL.	VOLUMEN DEMANDADO
AGO NO 30	121.117	46.4383	705.8663	23.6493	50.0000	0.0000	8.4354	-8.4354	0.0000	0.0000
30 F	129.366	45.4570	761.8001	16.3919	50.0000	0.0000	1.3047	-8.3126	0.0000	0.0000
30 H	119.345	44.1211	719.2583	11.8923	50.0000	0.0000	10.2606	-10.2606	0.0000	0.0000
1 A	118.139	42.4200	676.9206	17.0035	50.0000	0.0000	11.4016	-11.3433	0.0000	0.0000
2 F	117.001	40.8251	627.4301	23.7066	50.0000	0.0000	12.5251	-11.1776	0.0000	0.0000
3 J	115.801	39.4001	580.0001	28.6119	40.0000	0.0000	13.353	-11.0000	0.0000	0.0000
4 J	114.373	38.0052	536.0006	32.6107	40.0000	0.0000	14.0716	-10.7000	0.0000	0.0000
5 A	112.906	37.0000	490.0000	36.7000	40.0000	0.0000	14.7000	-10.3370	0.0000	0.0000
6 S	111.000	36.0000	440.0000	40.0000	40.0000	11.0000	15.0000	-10.0000	0.0000	362.8120
7 N	109.000	35.0000	390.0000	43.0000	40.0000	21.0000	15.0000	-10.0000	0.0000	144.8177
8 D	107.000	34.0000	340.0000	46.0000	40.0000	31.0000	15.0000	-10.0000	0.0000	0.0000
9 D	102.790	40.7700	076.7705	50.0000	50.0000	0.0000	7.2057	-7.2057	0.0000	0.0000
AGO NO 35	124.729	48.6311	873.6237	14.6104	50.0000	0.0000	8.0001	-8.0001	0.0000	0.0000
1 F	124.357	48.0000	850.0000	15.0000	50.0000	0.0000	8.0000	-8.0000	0.0000	0.0000
1 H	121.000	47.0000	800.0000	20.0000	50.0000	0.0000	9.0000	-8.5000	0.0000	0.0000
2 A	119.000	46.0000	750.0000	25.0000	50.0000	0.0000	10.0000	-7.7000	0.0000	0.0000
3 F	117.000	45.0000	700.0000	30.0000	50.0000	0.0000	11.0000	-7.4000	0.0000	0.0000
4 J	115.000	44.0000	650.0000	35.0000	50.0000	0.0000	12.0000	-7.1000	0.0000	0.0000
5 J	113.000	43.0000	600.0000	40.0000	50.0000	0.0000	13.0000	-6.8000	0.0000	0.0000
6 A	111.000	42.0000	550.0000	45.0000	50.0000	0.0000	14.0000	-6.5000	0.0000	0.0000
7 S	109.000	41.0000	500.0000	50.0000	50.0000	0.0000	15.0000	-6.2000	0.0000	0.0000
8 D	107.000	40.0000	450.0000	55.0000	50.0000	0.0000	16.0000	-5.9000	0.0000	0.0000
9 F	105.000	40.0000	400.0000	60.0000	50.0000	0.0000	17.0000	-5.6000	0.0000	0.0000
10 F	103.193	47.7601	041.7603	65.0000	50.0000	0.0000	18.0000	-5.3000	0.0000	0.0000
AGO NO 36	121.000	47.4727	031.1171	70.0000	50.0000	0.0000	7.0000	-7.0000	0.0000	0.0000
1 F	121.000	46.0000	700.0000	75.0000	50.0000	0.0000	8.0000	-6.7000	0.0000	0.0000
2 F	121.000	45.0000	650.0000	80.0000	50.0000	0.0000	9.0000	-6.4000	0.0000	0.0000
3 A	120.000	44.0000	600.0000	85.0000	50.0000	0.0000	10.0000	-6.1000	0.0000	0.0000
4 A	119.000	43.0000	550.0000	90.0000	50.0000	0.0000	11.0000	-5.8000	0.0000	0.0000
5 J	118.000	42.0000	500.0000	95.0000	50.0000	0.0000	12.0000	-5.5000	0.0000	0.0000
6 J	117.000	41.0000	450.0000	100.0000	50.0000	0.0000	13.0000	-5.2000	0.0000	0.0000
7 J	116.000	40.0000	400.0000	105.0000	50.0000	0.0000	14.0000	-4.9000	0.0000	0.0000
8 A	115.000	39.0000	350.0000	110.0000	50.0000	0.0000	15.0000	-4.6000	0.0000	0.0000
9 S	114.000	38.0000	300.0000	115.0000	50.0000	0.0000	16.0000	-4.3000	0.0000	0.0000
10 N	113.000	37.0000	250.0000	120.0000	50.0000	0.0000	17.0000	-4.0000	0.0000	0.0000
11 F	112.000	36.0000	200.0000	125.0000	50.0000	0.0000	18.0000	-3.7000	0.0000	0.0000
12 F	110.797	35.0000	150.0000	130.0000	50.0000	0.0000	19.0000	-3.4000	17.0714	0.0000



(VOLUMENES EN MILLONES DE METROS CUBICOS)

MESES	ELEVACION AL PRINCIPIO DEL MES EN METROS	AREA AL PRINCIPIO DEL MES EN KM2	VOLUMEN AL PRINCIPIO DEL MES	VOLUMEN DE LA LLUBIA	VOLUMEN DE LA NEVADA	VOLUMEN DE LA LLUBIA	VOLUMEN DE LA NEVADA	VARIACION DE VOLUMEN POR LLUBIA Y NEVADA	DEFICIT DEL VOL.	VOLUMEN DEL ABAST.
AÑO HO: 37										
433 F	107.500	28.0000	280.0000	11.2209	50.0000	0.0000	7.0101	-7.0100	10.6014	0.0000
434 F	107.500	28.0000	280.0000	76.2774	50.0000	0.0000	7.1319	-7.0078	31.0000	0.0000
435 A	107.500	28.0000	280.0000	76.1165	50.0000	0.0000	6.3230	-1.0740	31.0000	0.0000
436 A	107.500	28.0000	280.0000	10.2003	50.0000	0.0000	7.2550	-7.0178	47.0000	0.0000
437 H	107.500	28.0000	280.0000	13.0000	50.0000	0.0000	8.1307	-7.0731	14.0000	0.0000
438 J	107.500	28.0000	280.0000	11.2700	50.0000	0.0000	5.0070	-1.0000	31.0000	0.0000
439 J	107.500	28.0000	280.0000	11.2700	50.0000	0.0000	6.0000	-1.0000	31.0000	0.0000
440 S	107.500	28.0000	280.0000	173.4000	50.0000	0.0000	6.0000	-1.0000	31.0000	0.0000
441 S	107.500	28.0000	280.0000	173.4000	50.0000	0.0000	6.0000	-1.0000	31.0000	0.0000
442 N	114.000	31.0000	310.0000	2.0000	45.0000	0.0000	6.0000	-1.0000	10.0000	0.0000
443 I	114.000	31.0000	310.0000	1.0000	45.0000	0.0000	6.0000	-1.0000	10.0000	0.0000
444 D	114.000	37.3000	373.0000	16.0716	50.0000	0.0000	1.0000	-0.0000	0.0000	0.0000
AÑO HO: 38										
445 F	114.000	37.3000	373.0000	10.0000	50.0000	0.0000	1.0000	-1.0000	0.0000	0.0000
446 F	114.000	37.3000	373.0000	10.0000	50.0000	0.0000	1.0000	-1.0000	0.0000	0.0000
447 H	114.000	37.3000	373.0000	10.0000	50.0000	0.0000	1.0000	-1.0000	0.0000	0.0000
448 A	114.000	37.3000	373.0000	10.0000	50.0000	0.0000	1.0000	-1.0000	0.0000	0.0000
449 H	114.000	37.3000	373.0000	10.0000	50.0000	0.0000	1.0000	-1.0000	0.0000	0.0000
450 J	114.000	37.3000	373.0000	10.0000	50.0000	0.0000	1.0000	-1.0000	0.0000	0.0000
451 J	114.000	37.3000	373.0000	10.0000	50.0000	0.0000	1.0000	-1.0000	0.0000	0.0000
452 A	114.000	37.3000	373.0000	10.0000	50.0000	0.0000	1.0000	-1.0000	0.0000	0.0000
453 S	114.000	37.3000	373.0000	10.0000	50.0000	0.0000	1.0000	-1.0000	0.0000	0.0000
454 S	114.000	37.3000	373.0000	10.0000	50.0000	0.0000	1.0000	-1.0000	0.0000	0.0000
455 N	114.000	37.3000	373.0000	10.0000	50.0000	0.0000	1.0000	-1.0000	0.0000	0.0000
456 D	114.000	37.3000	373.0000	10.0000	50.0000	0.0000	1.0000	-1.0000	0.0000	0.0000
AÑO HO: 39										
457 F	114.000	37.3000	373.0000	10.0000	50.0000	0.0000	1.0000	-1.0000	0.0000	0.0000
458 F	114.000	37.3000	373.0000	10.0000	50.0000	0.0000	1.0000	-1.0000	0.0000	0.0000
459 H	114.000	37.3000	373.0000	10.0000	50.0000	0.0000	1.0000	-1.0000	0.0000	0.0000
460 A	114.000	37.3000	373.0000	10.0000	50.0000	0.0000	1.0000	-1.0000	0.0000	0.0000
461 H	114.000	37.3000	373.0000	10.0000	50.0000	0.0000	1.0000	-1.0000	0.0000	0.0000
462 J	114.000	37.3000	373.0000	10.0000	50.0000	0.0000	1.0000	-1.0000	0.0000	0.0000
463 J	114.000	37.3000	373.0000	10.0000	50.0000	0.0000	1.0000	-1.0000	0.0000	0.0000
464 S	114.000	37.3000	373.0000	10.0000	50.0000	0.0000	1.0000	-1.0000	0.0000	0.0000
465 S	114.000	37.3000	373.0000	10.0000	50.0000	0.0000	1.0000	-1.0000	0.0000	0.0000
466 N	114.000	37.3000	373.0000	10.0000	50.0000	0.0000	1.0000	-1.0000	0.0000	0.0000
467 I	114.000	37.3000	373.0000	10.0000	50.0000	0.0000	1.0000	-1.0000	0.0000	0.0000
468 D	114.000	37.3000	373.0000	10.0000	50.0000	0.0000	1.0000	-1.0000	0.0000	0.0000



(VOLUMENES EN MILLONES DE METROS CUBICOS)

ELEVACION AL PRINCIPIO DEL MES EN METROS		AREA AL PRINCIPIO DEL MES EN KM ²	VOLUMEN AL PRINCIPIO DEL MES	VOLUMEN DE LA FADA	VOLUMEN DE CERRADA	VOLUEN DE LLEGVIC	VOLUMEN EVAPORADO	VARIACION DE VOLUMEN DE LLUVIA Y EVAPORAC	DEFICIT DE VOL.	VOLUMEN DEMANDADO
AÑO	HOI	40								
1969	F	23.774	50.9525	979.0364	32.8753	50.0000	0.0000	9.7196	0.0000	0.0000
1970	F	23.774	49.3443	847.8178	32.8753	50.0000	0.0000	8.8394	0.0000	0.0000
1971	F	23.774	48.2420	811.6275	18.1400	50.0000	0.1400	10.3329	0.0000	0.0000
1972	A	21.016	47.1172	810.9298	24.7902	50.0000	0.3374	7.4283	0.0000	0.0000
1973	M	20.000	46.1407	789.5291	23.1753	50.0000	0.0000	8.0000	0.0000	0.0000
1974	J	18.866	45.1004	769.2539	13.1000	50.0000	1.0000	6.0000	0.0000	0.0000
1975	J	18.866	43.1000	769.2539	7.0000	44.0000	1.0000	6.0000	0.0000	0.0000
1976	A	18.866	40.7000	622.0171	3.1000	44.0000	1.0000	6.0000	0.0000	0.0000
1977	S	18.277	40.7000	622.0171	3.1000	44.0000	1.0000	6.0000	0.0000	0.0000
1978	O	18.277	40.7000	622.0171	3.1000	44.0000	1.0000	6.0000	0.0000	0.0000
1979	N	18.277	40.7000	622.0171	3.1000	44.0000	1.0000	6.0000	0.0000	0.0000
1980	D	18.277	40.7000	622.0171	3.1000	44.0000	1.0000	6.0000	0.0000	0.0000
1981	F	22.706	48.4131	865.0906	32.0644	50.0000	0.0000	7.0000	0.0000	10.0000
1982	F	22.706	48.4131	865.0906	32.0644	50.0000	0.0000	7.0000	0.0000	0.0000
AÑO	HOI	41								
1983	F	22.706	46.2844	861.1029	26.5742	50.0000	0.0000	8.0000	0.0000	0.0000
1984	F	21.000	47.3103	876.2344	26.5742	50.0000	0.0000	7.0000	0.0000	0.0000
1985	F	21.000	46.1100	743.1000	4.1100	50.0000	0.0000	7.0000	0.0000	0.0000
1986	A	19.000	44.5100	737.0000	6.0000	50.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
1987	M	18.700	42.7000	677.0000	3.0000	50.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
1988	J	18.700	41.0000	600.0000	2.0000	44.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
1989	J	18.700	38.0000	500.0000	0.0000	44.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
1990	A	18.700	31.0000	300.0000	0.0000	44.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
1991	S	18.700	25.0000	200.0000	0.0000	44.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
1992	O	18.700	20.0000	150.0000	0.0000	44.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
1993	D	18.700	18.0000	140.0000	0.0000	44.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
1994	F	18.700	18.0000	140.0000	0.0000	44.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
1995	F	18.700	18.0000	140.0000	0.0000	44.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
AÑO	HOI	42								
1996	F	19.000	14.0000	100.0000	0.0000	44.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
1997	F	19.000	14.0000	100.0000	0.0000	44.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
1998	F	19.000	14.0000	100.0000	0.0000	44.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
1999	F	19.000	14.0000	100.0000	0.0000	44.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2000	F	19.000	14.0000	100.0000	0.0000	44.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2001	F	19.000	14.0000	100.0000	0.0000	44.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2002	F	19.000	14.0000	100.0000	0.0000	44.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2003	F	19.000	14.0000	100.0000	0.0000	44.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2004	F	19.000	14.0000	100.0000	0.0000	44.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2005	F	19.000	14.0000	100.0000	0.0000	44.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2006	F	19.000	14.0000	100.0000	0.0000	44.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2007	F	19.000	14.0000	100.0000	0.0000	44.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2008	F	19.000	14.0000	100.0000	0.0000	44.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2009	F	19.000	14.0000	100.0000	0.0000	44.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2010	F	19.000	14.0000	100.0000	0.0000	44.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2011	F	19.000	14.0000	100.0000	0.0000	44.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2012	F	19.000	14.0000	100.0000	0.0000	44.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2013	F	19.000	14.0000	100.0000	0.0000	44.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2014	F	19.000	14.0000	100.0000	0.0000	44.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2015	F	19.000	14.0000	100.0000	0.0000	44.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2016	F	19.000	14.0000	100.0000	0.0000	44.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2017	F	19.000	14.0000	100.0000	0.0000	44.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2018	F	19.000	14.0000	100.0000	0.0000	44.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2019	F	19.000	14.0000	100.0000	0.0000	44.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2020	F	19.000	14.0000	100.0000	0.0000	44.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000



(VOLUMENES EN MILONES DE METROS CUBICOS)

ELEVACION AL PRINCIPIO DEL MES EN METROS		AREA AL PRINCIPIO DEL MES EN KM ²	VOLUMEN AL PRINCIPIO DEL MES	VOLUMEN DE FERTILIZADA	VOLUMEN DE SEMBRADA	VOLUMEN LLEVADO	VOLUMEN EVAPORADO	VARIACION DE VOLUMEN POR LLUVIA Y EVAPORACION	DEFICIT DE VOL.	VOLUMEN DEL ANALOG
AÑO HP: 43										
S	21.340	46.7253	807.0000	50.3000	50.0000	0.0000	10.2735	-10.2735	0.0000	0.0000
E	21.100	46.4755	797.1000	50.4700	50.0000	0.0000	9.4200	-9.4200	0.0000	0.0000
F	20.800	46.2183	776.3000	50.1700	50.0000	0.0000	8.4400	-11.1135	0.0000	0.0000
M	20.500	45.9577	755.3000	50.0000	50.0000	0.0000	7.4500	-11.0432	0.0000	0.0000
A	20.200	45.6970	734.3000	49.8300	50.0000	0.0000	6.4600	-10.7010	0.0000	0.0000
M	19.900	45.4363	713.3000	49.6600	50.0000	0.0000	5.4700	-9.3580	0.0000	0.0000
J	19.600	45.1756	692.3000	49.4900	50.0000	0.0000	4.4800	-8.0150	0.0000	0.0000
J	19.300	44.9149	671.3000	49.3200	50.0000	0.0000	3.4900	-6.6720	0.0000	0.0000
A	19.000	44.6542	650.3000	49.1500	50.0000	0.0000	2.5000	-5.3290	0.0000	0.0000
S	18.700	44.3935	629.3000	48.9800	50.0000	0.0000	1.5100	-3.9860	0.0000	0.0000
O	18.400	44.1328	608.3000	48.8100	50.0000	0.0000	0.5200	-2.6430	0.0000	0.0000
N	18.100	43.8721	587.3000	48.6400	50.0000	0.0000	-0.4700	-1.3000	0.0000	0.0000
D	17.800	43.6114	566.3000	48.4700	50.0000	0.0000	-1.4800	0.0000	23.1750	0.0000
AÑO HP: 44										
J	17.500	43.3507	545.3000	48.3000	50.0000	0.0000	-2.4900	0.0000	0.0000	0.0000
F	17.200	43.0900	524.3000	48.1300	50.0000	0.0000	-3.5000	0.0000	36.7730	0.0000
M	16.900	42.8293	503.3000	47.9600	50.0000	0.0000	-4.5100	0.0000	0.0000	0.0000
A	16.600	42.5686	482.3000	47.7900	50.0000	0.0000	-5.5200	0.0000	0.0000	0.0000
M	16.300	42.3079	461.3000	47.6200	50.0000	0.0000	-6.5300	0.0000	0.0000	0.0000
J	16.000	42.0472	440.3000	47.4500	50.0000	0.0000	-7.5400	0.0000	0.0000	0.0000
J	15.700	41.7865	419.3000	47.2800	50.0000	0.0000	-8.5500	0.0000	0.0000	0.0000
A	15.400	41.5258	398.3000	47.1100	50.0000	0.0000	-9.5600	0.0000	0.0000	0.0000
S	15.100	41.2651	377.3000	46.9400	50.0000	0.0000	-10.5700	0.0000	0.0000	0.0000
O	14.800	41.0044	356.3000	46.7700	50.0000	0.0000	-11.5800	0.0000	0.0000	0.0000
N	14.500	40.7437	335.3000	46.6000	50.0000	0.0000	-12.5900	0.0000	0.0000	0.0000
D	14.200	40.4830	314.3000	46.4300	50.0000	0.0000	-13.6000	0.0000	0.0000	0.0000
AÑO HP: 45										
J	13.900	40.2223	293.3000	46.2600	50.0000	0.0000	-14.6100	0.0000	0.0000	0.0000
F	13.600	39.9616	272.3000	46.0900	50.0000	0.0000	-15.6200	0.0000	0.0000	0.0000
M	13.300	39.7009	251.3000	45.9200	50.0000	0.0000	-16.6300	0.0000	0.0000	0.0000
A	13.000	39.4402	230.3000	45.7500	50.0000	0.0000	-17.6400	0.0000	0.0000	0.0000
M	12.700	39.1795	209.3000	45.5800	50.0000	0.0000	-18.6500	0.0000	0.0000	0.0000
J	12.400	38.9188	188.3000	45.4100	50.0000	0.0000	-19.6600	0.0000	0.0000	0.0000
J	12.100	38.6581	167.3000	45.2400	50.0000	0.0000	-20.6700	0.0000	0.0000	0.0000
A	11.800	38.3974	146.3000	45.0700	50.0000	0.0000	-21.6800	0.0000	0.0000	0.0000
S	11.500	38.1367	125.3000	44.9000	50.0000	0.0000	-22.6900	0.0000	0.0000	0.0000
O	11.200	37.8760	104.3000	44.7300	50.0000	0.0000	-23.7000	0.0000	0.0000	0.0000
N	10.900	37.6153	83.3000	44.5600	50.0000	0.0000	-24.7100	0.0000	0.0000	0.0000
D	10.600	37.3546	62.3000	44.3900	50.0000	0.0000	-25.7200	0.0000	0.0000	0.0000



(VOLUMENES EN MILLONES DE METROS CUBICOS)

ELEVACION AL PRINCIPIO DEL MES EN METROS		AREA AL PRINCIPIO DEL MES EN KM ²	VOLUMEN AL PRINCIPIO DEL MES	VOLUMEN DE FERTILIZADA	VOLUMEN DE COMARCIA	VOLUMEN DE LLOVIZ	VOLUMEN EVAPORADO	VARIACION DE VOLUMEN POR LLUVIA Y EVAPORAC	DEFICIT DE VOL.	VOLUMEN DE FERTILIZADA
ANO	NO:									
541	F	124.250	50.70.33	947.0000	70.4628	50.0000	0.0000	7.7037	-7.7037	0.0000
542	F	123.640	49.07.55	917.7201	10.9110	50.0000	0.0000	7.7085	-7.6031	0.0000
543	M	122.782	48.70.52	876.1774	10.9110	50.0000	0.0000	9.17093	-9.17093	0.0000
544	M	121.710	47.20.09	829.1777	17.7325	50.0000	0.0000	11.0005	-11.0005	0.0000
545	J	120.110	46.07.53	773.0750	31.4339	50.0000	0.0000	14.0000	-14.0000	0.0000
546	J	118.742	45.33.39	715.0104	12.1009	45.0000	1.0000	16.0000	-16.0000	0.0000
547	J	117.010	44.30.11	727.3172	333.3104	45.0000	1.0000	18.0000	-18.0000	0.0000
548	A	115.340	43.00.00	711.3708	16.2100	45.0000	13.0000	20.0000	-20.0000	0.0000
549	O	113.722	41.70.01	673.1001	3.3000	45.0000	13.0000	22.0000	-22.0000	0.0000
550	O	112.120	40.25.34	642.4033	3.3000	45.0000	13.0000	24.0000	-24.0000	212.0000
551	N	110.550	38.70.00	617.0000	11.0000	45.0000	13.0000	26.0000	-26.0000	0.0000
552	D	109.076	37.00.07	599.0000	11.0000	45.0000	13.0000	28.0000	-28.0000	0.0000
ANO	NO:									
553	F	107.771	35.72.01	578.2317	33.7802	50.0000	0.0000	4.3137	-4.3137	0.0000
554	F	106.501	34.00.03	549.3000	10.0000	50.0000	0.0000	6.0000	-6.0000	0.0000
555	M	105.210	32.90.00	519.3000	7.7000	50.0000	0.0000	8.0000	-8.0000	0.0000
556	M	104.000	31.00.00	489.3000	1.0000	50.0000	0.0000	10.0000	-10.0000	0.0000
557	J	102.770	29.30.00	459.3000	0.0000	50.0000	0.0000	12.0000	-12.0000	0.0000
558	J	101.500	27.00.00	429.3000	0.0000	50.0000	0.0000	14.0000	-14.0000	0.0000
559	J	100.250	25.00.00	399.3000	0.0000	50.0000	0.0000	16.0000	-16.0000	0.0000
560	A	99.000	23.00.00	369.3000	0.0000	50.0000	0.0000	18.0000	-18.0000	110.0000
561	S	97.750	21.00.00	339.3000	0.0000	50.0000	0.0000	20.0000	-20.0000	0.0000
562	S	96.500	19.00.00	309.3000	0.0000	50.0000	0.0000	22.0000	-22.0000	21.0000
563	O	95.250	17.00.00	279.3000	0.0000	50.0000	0.0000	24.0000	-24.0000	0.0000
564	D	94.000	15.00.00	249.3000	0.0000	50.0000	0.0000	26.0000	-26.0000	0.0000
ANO	NO:									
565	F	92.750	13.00.00	219.3000	0.0000	50.0000	0.0000	28.0000	-28.0000	0.0000
566	F	91.500	11.00.00	189.3000	0.0000	50.0000	0.0000	30.0000	-30.0000	0.0000
567	M	90.250	9.00.00	159.3000	0.0000	50.0000	0.0000	32.0000	-32.0000	0.0000
568	M	89.000	7.00.00	129.3000	0.0000	50.0000	0.0000	34.0000	-34.0000	0.0000
569	J	87.750	5.00.00	99.3000	0.0000	50.0000	0.0000	36.0000	-36.0000	0.0000
570	J	86.500	3.00.00	69.3000	0.0000	50.0000	0.0000	38.0000	-38.0000	0.0000
571	J	85.250	1.00.00	39.3000	0.0000	50.0000	0.0000	40.0000	-40.0000	0.0000
572	A	84.000	0.00.00	9.3000	0.0000	50.0000	0.0000	42.0000	-42.0000	0.0000
573	S	82.750	0.00.00	0.3000	0.0000	50.0000	0.0000	44.0000	-44.0000	0.0000
574	S	81.500	0.00.00	0.3000	0.0000	50.0000	0.0000	46.0000	-46.0000	0.0000
575	O	80.250	0.00.00	0.3000	0.0000	50.0000	0.0000	48.0000	-48.0000	0.0000
576	D	79.000	0.00.00	0.3000	0.0000	50.0000	0.0000	50.0000	-50.0000	0.0000



(VOLUMENES EN MILLONES DE METROS CUBICOS)

MES	ELEVACION AL PRINCIPIO DEL MES EN METROS	AREA AL PRINCIPIO DEL MES EN KM2	VOLUMEN AL PRINCIPIO DEL MES	VOLUMEN DE ENTRADA	VOLUMEN DE DEMANDA	VOLUMEN DE LLOVIZO	VOLUMEN DE EVAPORADO	VARIACION (FR. LLOVIZO Y EVAPORAC)	DEFICIT DE VOL.	VOLUMEN DE DEMANDA
AÑO HO: 49										
577 E	132.612	47.6566	239.8599	40.6634	50.0000	0.0000	0.0010	-0.0010	0.0000	0.0000
577 F	121.636	47.1452	220.6321	21.2537	50.0000	0.0000	0.0024	-0.0024	0.0000	0.0000
577 M	126.739	46.1228	243.9519	10.5632	50.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000
577 A	127.731	45.9127	243.9169	0.7644	50.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000
577 J	118.730	43.1251	202.3403	51.1744	50.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000
577 J	116.440	43.0000	198.9333	50.0000	50.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000
577 A	115.440	43.0000	198.9333	50.0000	50.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000
577 S	114.440	43.0000	198.9333	50.0000	50.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000
577 O	112.440	43.0000	198.9333	50.0000	50.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000
577 N	111.440	43.0000	198.9333	50.0000	50.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000
577 D	110.290	43.0000	198.9333	50.0000	50.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000
AÑO HO: 50										
578 E	109.263	40.4674	336.0000	0.0000	50.0000	0.0000	7.4867	-7.4867	0.0000	0.0000
578 F	108.818	40.4455	332.1744	26.8200	50.0000	0.0000	0.0000	-6.1756	0.0000	0.0000
578 A	107.849	40.4231	322.1173	19.9177	50.0000	0.0000	0.0000	-7.0826	20.4372	0.0000
578 M	107.260	40.4000	310.0000	16.2611	50.0000	0.0000	0.0000	-6.7389	40.1644	0.0000
578 J	107.260	40.4000	310.0000	16.2611	50.0000	0.0000	0.0000	-6.7389	51.2237	0.0000
578 J	107.260	40.4000	310.0000	16.2611	45.0000	0.0000	0.0000	-6.7389	61.3850	0.0000
578 A	107.260	40.4000	310.0000	16.2611	45.0000	0.0000	0.0000	-6.7389	101.3084	0.0000
578 S	107.260	40.4000	310.0000	16.2611	45.0000	0.0000	0.0000	-6.7389	111.3815	0.0000
578 O	107.260	40.4000	310.0000	16.2611	45.0000	0.0000	0.0000	-6.7389	121.3815	0.0000
578 N	107.260	40.4000	310.0000	16.2611	45.0000	0.0000	0.0000	-6.7389	131.3815	0.0000
578 D	107.260	40.4000	310.0000	16.2611	45.0000	0.0000	0.0000	-6.7389	141.3815	0.0000
AÑO HO: 51										
** ESTADO EN LA PRESA DESPUES DE 600 MESES DE SIMULACION **										
601 E	107,500	20,0000	240,0000							

***** RESUMEN DE LA SIMULACION *****

NUMERO DE MESES CON DEFICIT = 00 VOLUMEN TOTAL DE DEFICIT = 3400,7820 MILL. DE M3
 NUMERO DE MESES CON DEMANDA = 48 VOLUMEN TOTAL DEMANDA = 4042,0340 MILL. DE M3

6.3 Aplicación del método Probabilístico

6.3.1 Método de Morán

Como se vió en el capítulo 4, para lograr la aplicación de este método es necesario dividir a la presa en niveles o estados.

La capacidad útil de la presa Benito Juárez es de $667 \times 10^6 \text{ m}^3$ y se considerará que corresponde a siete unidades, es decir $C=7$. Así cada unidad consta del siguiente volumen

$$\frac{667 \times 10^6}{7} = 95.286 \times 10^6 \text{ m}^3/\text{unidad}$$

y considerando que a los estados lleno y vacío les corresponde la mitad de volumen que a los estados intermedios, se puede formar la siguiente tabla.

Estado	Volumen comprendido (10^6 m^3)	ΔV por estado (10^6 m^3)
0	0 - 47.643	47.643
1	47.643 - 142.929	95.286
2	142.929 - 238.214	95.286
3	238.214 - 333.500	95.286
4	333.500 - 428.786	95.286
5	428.786 - 524.071	95.286
6	524.071 - 619.357	95.286
7	619.357 - 667.000	47.643

tabla 6.1 Estados de la presa. Método de Morán

Después de analizar los datos registrados de ingresos al vaso, como se menciona en 4.2, se observó que se ajustan a una distribución Gamma de 3 parámetros, (ref 13).

$$f(x) = \frac{1}{\alpha \sqrt{\pi}} \left(\frac{x - \delta}{\alpha} \right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{x - \delta}{\alpha} \right)}$$

donde α , β y δ son los parámetros de la distribución y para este caso resultaron ser

$$\alpha = 578.9806$$

$$\beta = 1.4494$$

$$\delta = 334.3482$$

y X es el dato analizado.

Las probabilidades de las unidades de ingreso al vaso se trabajarán en forma discreta considerando que a cada unidad (X) le corresponde el volumen comprendido entre media unidad antes y media unidad después, esto es $X - \frac{1}{2}X < X < X + \frac{1}{2}X$.

La probabilidad de que se presente cada unidad se obtiene de la siguiente manera:

Se emplea la aproximación de la distribución Gamma a la distribución χ^2 .

Se tiene que

$$\chi^2 = 2u$$

$$v = 2r$$

donde

$$y = \frac{X - \delta}{\alpha}$$

y

$$X^2 = v \left[1 - \frac{2}{9v} + z \sqrt{\frac{2}{9v}} \right]^3$$

sustituyendo el valor de X^2 y v queda

$$2y = 2B \left[1 - \frac{2}{9(2B)} + z \sqrt{\frac{2}{9(2B)}} \right]^3$$

quedando finalmente

$$y = B \left[1 - \frac{1}{9B} + z \sqrt{\frac{1}{9B}} \right]^3$$

y despejando z

$$z = \frac{\left(\frac{y}{B}\right)^{1/3} - 1 + \frac{1}{9B}}{\sqrt{\frac{1}{9B}}}$$

donde z es la abscisa de la curva normal estandarizada

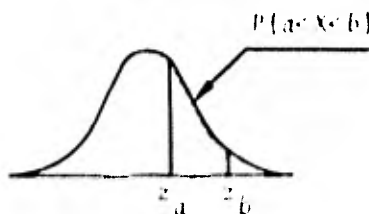


figura 6.3

Para obtener la probabilidad de que se presente cada unidad empleando las expresiones anteriores, se puede formar la tabla 6.5

Unidad (X)	Volumen ($10^6 m^3$)	y	z	P_{tabla}	P_x
0	47.643	-0.495	-	0	0
1	142.929	-0.331	-	0	0
2	238.215	-0.166	-	0	0
3	333.501	-0.001	-	0	0
4	428.787	0.163	-1.59	0.4441	0.0559
5	524.073	0.328	-1.13	0.3708	0.0733
6	619.359	0.492	-0.81	0.2910	0.0798
7	714.645	0.657	-0.56	0.2123	0.0787
8	809.931	0.821	-0.35	0.1368	0.0755
9	905.217	0.986	-0.16	0.0636	0.0732
10	1 000.503	1.151	0.01	0.0040	0.0676
11	1 095.789	1.315	0.16	0.0636	0.0596
12	1 191.075	1.480	0.30	0.1179	0.0543
13	1 286.361	1.644	0.43	0.1664	0.0485
14	1 381.647	1.809	0.55	0.2088	0.0424
15	1 476.933	1.973	0.67	0.2486	0.0398
16	1 572.219	2.138	0.78	0.2823	0.0337
17	1 667.505	2.303	0.88	0.3106	0.0283
18	1 762.791	2.467	0.98	0.3365	0.0259
19	1 858.077	2.632	1.07	0.3577	0.0212
20	1 953.363	2.796	1.16	0.3770	0.0193

tabla 6.5

En la tabla 6.5 el volumen para cada unidad (2a. columna) es $V_i - V_{i-1}$ y la probabilidad $P_x = |P_{t_x} - P_{t_{x-1}}|$ salvo en el caso del primer valor distinto de cero de P_{tabla} (para $x=4$) donde dicho valor (0.0559) se resta de 0.5 que es el valor correspondiente ya que en las tablas de áreas bajo la curva normal estandarizada solo se tabula la mitad del área total (ver fig. 6.4). Y en el caso en que z cambie de signo (para $x=10$) donde los valores de P_{t_x} y $P_{t_{x-1}}$ se suman ya que el intervalo queda en ambas mitades de la curva (ver fig.6.5)

Se puede seguir con el cálculo de las probabilidades de mas unidades hasta que estas valgan nuevamente cero en cuyo caso la suma de todos los valores obtenidos debe sumar la unidad. Aquí solo se obtienen hasta 20 ya que no se utilizarán más.

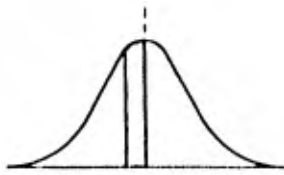


fig. 6.4

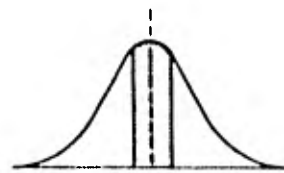


fig. 6.5

La demanda anual solicitada a la presa será de $1\ 150 \times 10^6 \text{ m}^3$ por lo que

$$D_m = \frac{1150}{95.786} = 12.07 \Rightarrow 12 \text{ unidades}$$

Así, las probabilidades de transición de pasar del estado i al estado j , $P(i, j)$ se obtienen como sigue:

$$P(0,0) = P(X \leq 12) = 0.6179$$

$$P(0,1) = P(X \leq 13) = 0.0485$$

$$P(0,2) = P(X \leq 14) = 0.0424$$

$$P(0,3) = P(X \leq 15) = 0.0398$$

$$P(0,4) = P(X \leq 16) = 0.0337$$

$$P(0,5) = P(X \leq 17) = 0.0283$$

$$P(0,6) = P(X \leq 18) = 0.0259$$

$$P(0,7) = P(X \leq 19) = \frac{0.1635}{1.000}$$

$$P(2,0) = P(X \leq 10) = 0.504$$

$$P(2,1) = P(X \leq 11) = 0.0596$$

$$P(2,2) = P(X \leq 12) = 0.0543$$

$$P(2,3) = P(X \leq 13) = 0.0485$$

$$P(2,4) = P(X \leq 14) = 0.0424$$

$$P(2,5) = P(X \leq 15) = 0.0398$$

$$P(2,6) = P(X \leq 16) = 0.0337$$

$$P(2,7) = P(X \leq 17) = \frac{0.2177}{1.000}$$

$$P(4,0) = P(X \leq 8) = 0.3632$$

$$P(4,1) = P(X \leq 9) = 0.0732$$

$$P(4,2) = P(X \leq 10) = 0.0676$$

$$P(4,3) = P(X \leq 11) = 0.0596$$

$$P(4,4) = P(X \leq 12) = 0.0543$$

$$P(4,5) = P(X \leq 13) = 0.0485$$

$$P(4,6) = P(X \leq 14) = 0.0424$$

$$P(4,7) = P(X \leq 15) = \frac{0.2912}{1.000}$$

$$P(1,0) = P(X \leq 11) = 0.5636$$

$$P(1,1) = P(X \leq 12) = 0.0543$$

$$P(1,2) = P(X \leq 13) = 0.0485$$

$$P(1,3) = P(X \leq 14) = 0.0424$$

$$P(1,4) = P(X \leq 15) = 0.0398$$

$$P(1,5) = P(X \leq 16) = 0.0337$$

$$P(1,6) = P(X \leq 17) = 0.0283$$

$$P(1,7) = P(X \leq 18) = \frac{0.1894}{1.000}$$

$$P(3,0) = P(X \leq 9) = 0.4364$$

$$P(3,1) = P(X \leq 10) = 0.0676$$

$$P(3,2) = P(X \leq 11) = 0.0596$$

$$P(3,3) = P(X \leq 12) = 0.0543$$

$$P(3,4) = P(X \leq 13) = 0.0485$$

$$P(3,5) = P(X \leq 14) = 0.0424$$

$$P(3,6) = P(X \leq 15) = 0.0398$$

$$P(3,7) = P(X \leq 16) = \frac{0.2514}{1.000}$$

$$P(5,0) = P(X \leq 7) = 0.2877$$

$$P(5,1) = P(X \leq 8) = 0.0755$$

$$P(5,2) = P(X \leq 9) = 0.0732$$

$$P(5,3) = P(X \leq 10) = 0.0676$$

$$P(5,4) = P(X \leq 11) = 0.0596$$

$$P(5,5) = P(X \leq 12) = 0.0543$$

$$P(5,6) = P(X \leq 13) = 0.0485$$

$$P(5,7) = P(X \leq 14) = \frac{0.3336}{1.000}$$

$$P(6,0) = P(X \leq 6) = 0.209$$

$$P(6,1) = P(X \leq 7) = 0.0787$$

$$P(6,2) = P(X \leq 8) = 0.0755$$

$$P(6,3) = P(X \leq 9) = 0.0732$$

$$P(6,4) = P(X \leq 10) = 0.0676$$

$$P(6,5) = P(X \leq 11) = 0.0596$$

$$P(6,6) = P(X \leq 12) = 0.0543$$

$$P(6,7) = P(X \leq 13) = \underline{0.3821}$$

$$1.000$$

$$P(7,0) = P(X \leq 5) = 0.1292$$

$$P(7,1) = P(X \leq 6) = 0.0798$$

$$P(7,2) = P(X \leq 7) = 0.0787$$

$$P(7,3) = P(X \leq 8) = 0.0755$$

$$P(7,4) = P(X \leq 9) = 0.0732$$

$$P(7,5) = P(X \leq 10) = 0.0676$$

$$P(7,6) = P(X \leq 11) = 0.0596$$

$$P(7,7) = P(X \leq 12) = \underline{0.4364}$$

$$1.000$$

y considerando que para el estado estacionario $P' = P_i$ y

además que $\sum_{i=0}^c P_i = 1$, se tiene el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{bmatrix} -0.3821 & 0.5636 & 0.5040 & 0.4364 & 0.3632 & 0.2877 & 0.2090 & 0.1292 \\ 0.0485 & -0.9457 & 0.0596 & 0.0676 & 0.0732 & 0.0755 & 0.0787 & 0.0798 \\ 0.0424 & 0.0485 & -0.9457 & 0.0596 & 0.0676 & 0.0732 & 0.0755 & 0.0787 \\ 0.0398 & 0.0424 & 0.0485 & -0.9457 & 0.0596 & 0.0676 & 0.0732 & 0.0755 \\ 0.0337 & 0.0398 & 0.0424 & 0.0485 & -0.9457 & 0.0596 & 0.0676 & 0.0732 \\ 0.0283 & 0.0337 & 0.0398 & 0.0424 & 0.0485 & -0.9457 & 0.0596 & 0.0676 \\ 0.0259 & 0.0283 & 0.0337 & 0.0398 & 0.0424 & 0.0485 & -0.9457 & 0.0596 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_0 \\ P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \\ P_5 \\ P_6 \\ P_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

cuya solución es

$$P_0 = 0.4254 \quad P_4 = 0.0495$$

$$P_1 = 0.0626 \quad P_5 = 0.0440$$

$$P_2 = 0.0581 \quad P_6 = 0.0392$$

$$P_3 = 0.0544 \quad P_7 = 0.2688$$

que constituye la probabilidad estacionaria del proceso $[P_c]$.

Puede observarse que cumple con $\sum_{i=0}^c P_i = 1$.

La probabilidad total de falla para el periodo anual es

$$P_f = P_0 P(X \leq 11) + P_1 P(X \leq 10) + P_2 P(X \leq 9) + P_3 P(X \leq 8) \\ + P_4 P(X \leq 7) + P_5 P(X \leq 6) + P_6 P(X \leq 5) + P_7 P(X \leq 4)$$

$$P_f = 0.4234(0.5636) + 0.0626(0.5040) + 0.0581(0.4364) \\ + 0.0544(0.3632) + 0.0495(0.2877) + 0.0440(0.2090) \\ + 0.0392(0.1292) + 0.2688(0.0559)$$

$$P_f = 0.3588$$

Lo cual significa que un 35.88% de los años no se podrá satisfacer la totalidad de la demanda.

6.3.2 Método de Gould

Para este modelo resulta más conveniente considerar las condiciones del vaso vacío y lleno como estados en particular, teniendo los demás estados una diferencia de volumen constante. Así, para una capacidad útil de $667 \times 10^6 \text{ m}^3$ se tienen los siguientes estados:

Estado	Almacenamiento correspondiente ($10^6 m^3$)	Almacenamiento inicial considerado ($10^6 m^3$)
0	0	0
1	1 - 111	56
2	112 - 222	167
3	223 - 333	278
4	334 - 444	389
5	445 - 555	500
6	556 - 666	611
7	667	

tabla 6.6 Estados de la presa. Método de Gould.

La demanda mensual solicitada a la presa será, para el periodo de Diciembre a Mayo de $50 \times 10^6 m^3$ y de Junio a Noviembre de $145.6 \times 10^6 m^3$.

Los datos de ingresos mensuales al vaso fueron tomados de: "Dirección General de Organización y Métodos. Subdirección del Centro de Cómputo, S.A.R.H."

Analizando los ingresos de cada año, de 1938 a 1977, para cada estado inicial empleando la expresión (4.2), se pueden formar las tablas 6.7 y 6.8 en las cuales solo se registra la cifra correspondiente al año analizado, omitiendo la parte correspondiente al siglo (19).

En la primera de estas tablas se presentan los años en que ocurre falla para cada estado inicial y en la segunda el estado

al final del año también para cada estado inicial.

Estado Inicial

0		1		2		3		4		5		6		7	
38	39	38	39	38	39	39	40	40	41	40	43	40	43	40	43
40	41	40	41	40	41	41	42	43	46	46	48	46	53	77	
42	43	42	43	42	43	43	46	48	49	49	53	65	67		
44	45	44	45	44	45	47	48	53	62	65	67	77			
46	47	46	47	46	47	49	53	65	67	68	76				
48	49	48	49	48	49	57	58	68	72	77					
50	51	50	51	50	53	61	62	76	77						
52	53	52	53	55	57	64	65								
54	55	54	55	58	59	66	67								
56	57	56	57	60	61	68	72								
58	59	58	59	62	63	76	77								
60	61	60	61	64	65										
62	63	62	63	66	67										
64	65	64	65	68	69										
66	67	66	67	72	73										
68	69	68	69	75	76										
70	71	70	71	77											
72	73	72	73												
74	75	75	76												
76	77	77													

tabla 6.7 Años en que ocurre falta.

Estado Final	Estado inicial							
	0	1	2	3	4	5	6	7
0	40 43	40 43	40 43	40 43	40 43	40 43	40 43	40 43
	46 48	46 48	46 48	46 48	46 48	46 48	53 65	77
	49 53	49 53	49 53	49 53	49 53	49 53	67 77	
	56 57	56 57	57 62	57 62	62 65	65 67		
	62 64	62 64	64 65	64 65	67 68	68 76		
	65 66	65 66	66 67	66 67	72 76	77		
	67 68	67 68	68 72	68 72	77			
	72 76	72 76	76 77	76 77				
77	77							
1			56		57 64	62 72	46 48	46 53
					66		49 68	65 67
							76	
2	41 47	41 47	41 47	41 47	41 47	41 57	62 72	48 49
	61 63	61 63	61 63	56 61	61	64 66		62 68
	71 75	71 75	71 75	63				72 76
3	38 50	38 50	38 50	38 50	56 63	47 61	41 57	64 56
	58	58	58	58 71			64 66	
				75				
4	42 59	42 59	42 59	42 59	38 42	56 63	47 61	41 47
					50 58			57 61
					71 75			
5	45	45	45	45	59	38 42	56 63	56 63
						50 58		
						71 75		
6	39 51	39 51	39 51	39 51	39 45	39 51	38 39	38 39
	57 54	57 54	57 54	57 54	51 52	52 54	42 50	42 50
	69 70	69 70	69 70	69 70	54 69	59 69	51 57	51 57
	73 74	73 74	73 74	73 74	70 73	70 73	54 58	54 58
					74	74	69 70	69 70
							71 73	71 73
7	44 55	44 55	44 55	44 55	44 55	44 45	44 45	44 45
	60	60	60	60	60	55 60	55 59	55 59
							60	60

Tabla 6.6 Años que giraron en cada estado.

De la tabla 6.8 se obtiene la matriz de transición que queda:

$$T = \begin{bmatrix} 0.425 & 0.425 & 0.400 & 0.400 & 0.325 & 0.275 & 0.150 & 0.075 \\ 0 & 0 & 0.025 & 0 & 0.075 & 0.050 & 0.125 & 0.100 \\ 0.150 & 0.150 & 0.150 & 0.125 & 0.075 & 0.100 & 0.050 & 0.150 \\ 0.075 & 0.075 & 0.075 & 0.125 & 0.050 & 0.050 & 0.100 & 0.050 \\ 0.050 & 0.050 & 0.050 & 0.050 & 0.150 & 0.050 & 0.050 & 0.100 \\ 0.025 & 0.025 & 0.025 & 0.025 & 0.025 & 0.150 & 0.050 & 0.050 \\ 0.200 & 0.200 & 0.200 & 0.200 & 0.225 & 0.225 & 0.350 & 0.350 \\ 0.075 & 0.075 & 0.075 & 0.075 & 0.075 & 0.100 & 0.125 & 0.125 \\ 1.000 & 1.000 & 1.000 & 1.000 & 1.000 & 1.000 & 1.000 & 1.000 \end{bmatrix}$$

Considerando que $\sum_{i=0}^c P_i = 1$ y que para el estado estacionario -

$P'_i = P_i$, se tiene el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{bmatrix} -0.575 & 0.425 & 0.400 & 0.400 & 0.325 & 0.275 & 0.150 & 0.075 \\ 0 & -1 & 0.025 & 0 & 0.075 & 0.050 & 0.125 & 0.100 \\ 0.150 & 0.150 & -0.850 & 0.125 & 0.075 & 0.100 & 0.050 & 0.150 \\ 0.075 & 0.075 & 0.075 & -0.875 & 0.050 & 0.050 & 0.100 & 0.050 \\ 0.050 & 0.050 & 0.050 & 0.050 & -0.850 & 0.050 & 0.050 & 0.100 \\ 0.025 & 0.025 & 0.025 & 0.025 & 0.025 & -0.850 & 0.050 & 0.050 \\ 0.200 & 0.200 & 0.200 & 0.200 & 0.225 & 0.225 & -0.650 & 0.350 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_0 \\ P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \\ P_5 \\ P_6 \\ P_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

cuya solución es

$$\begin{aligned} P_0 &= 0.3055 & P_4 &= 0.0607 \\ P_1 &= 0.0506 & P_5 &= 0.0385 \\ P_2 &= 0.1160 & P_6 &= 0.2547 \\ P_3 &= 0.0606 & P_7 &= 0.0934 \end{aligned}$$

De la tabla 6.7 se obtiene el vector de probabilidades de falla:

$$r = [1, 0.975, 0.825, 0.550, 0.350, 0.275, 0.175, 0.075]$$

y la probabilidad total de falla es el producto de F por la probabilidad estacionaria $[P_e]$:

$$P_f = 1(0.3055) + 0.975(0.0506) + 0.825(0.1160) + 0.550(0.0806) \\ + 0.350(0.0607) + 0.275(0.0385) + 0.175(0.2547) + 0.075 \\ (0.0934)$$

$$P_f = 0.5783$$

que es una probabilidad mas alta que la obtenida por el método de Morán. Esta mayor probabilidad de falla, que es menos recomendable, se obtiene debido a que el análisis se efectúa mes con mes a diferencia con el modelo de Morán que se analiza el periodo anual completo.

6.3.3 Método de Lloyd

Para la aplicación de este modelo se considera la misma unidad de volumen que para el método de Morán ($95.286 \times 10^6 m^3$) y la presa se divide en los mismos estados.

Las dos etapas en que se divide al año para el análisis son la de Estiaje (de Diciembre a Mayo) con una demanda de $300 \times 10^6 m^3$ y la de Lluvias (de Junio a Noviembre) con $873.6 \times 10^6 m^3$ de demanda, por lo que:

$$D_{mE} = \frac{300}{95.286} = 3.15 \Rightarrow 3 \text{ unidades}$$

$$D_{mL} = \frac{873.6}{95.286} = 9.17 \Rightarrow 9 \text{ unidades}$$

Los ingresos en Estiaje se ajustan a una distribución Gamma de dos parámetros, donde

$$\alpha = 22.8299$$

$$\beta = 7.1456$$

$$\delta = 0$$

y las probabilidades, obtenidas como en 6.3.1, son las siguientes:

Unidad (X)	Volumen (10^6 m^3)	P_X
0	47.643	0.0051
1	142.929	0.4078
2	238.215	0.4720
3	333.501	0.1038
4	428.787	0.0105
5	524.073	0.0008
6	619.359	0
		<u>1.000</u>

y las probabilidades de transición, $P(i, j)$ son

$$P(0,0) = P(X \leq 3) = 0.9887$$

$$P(0,1) = P(X \leq 4) = 0.0105$$

$$P(0,2) = P(X \leq 5) = 0.0008$$

$$P(0,3) = P(X \leq 6) = 0$$

$$P(0,4) = P(X \leq 7) = 0$$

$$P(0,5) = P(X \leq 8) = 0$$

$$P(0,6) = P(X \leq 9) = 0$$

$$P(0,7) = P(X \leq 10) = 0$$

$$\underline{1.000}$$

$$P(1,0) = P(X \leq 2) = 0.8849$$

$$P(1,1) = P(X \leq 3) = 0.1038$$

$$P(1,2) = P(X \leq 4) = 0.0105$$

$$P(1,3) = P(X \leq 5) = 0.0008$$

$$P(1,4) = P(X \leq 6) = 0$$

$$P(1,5) = P(X \leq 7) = 0$$

$$P(1,6) = P(X \leq 8) = 0$$

$$P(1,7) = P(X \leq 9) = 0$$

$$\underline{1.000}$$

$$P(2,0) = P(X \leq 1) = 0.4129$$

$$P(2,1) = P(X \leq 2) = 0.4720$$

$$P(2,2) = P(X \leq 3) = 0.1038$$

$$P(2,3) = P(X \leq 4) = 0.0105$$

$$P(2,4) = P(X \leq 5) = 0.0008$$

$$P(2,5) = P(X \leq 6) = 0$$

$$P(2,6) = P(X \leq 7) = 0$$

$$P(2,7) = P(X \leq 8) = 0$$

 1.000

$$P(4,0) = 0$$

$$P(4,1) = P(X \leq 1) = 0.0051$$

$$P(4,2) = P(X \leq 1) = 0.4078$$

$$P(4,3) = P(X \leq 2) = 0.4720$$

$$P(4,4) = P(X \leq 3) = 0.1038$$

$$P(4,5) = P(X \leq 4) = 0.0105$$

$$P(4,6) = P(X \leq 5) = 0.0008$$

$$P(4,7) = P(X \leq 6) = 0$$

 1.000

$$P(6,0) = 0$$

$$P(6,1) = 0$$

$$P(6,2) = 0$$

$$P(6,3) = P(X \leq 1) = 0.0051$$

$$P(6,4) = P(X \leq 1) = 0.4078$$

$$P(6,5) = P(X \leq 2) = 0.4720$$

$$P(6,6) = P(X \leq 3) = 0.1038$$

$$P(6,7) = P(X \leq 4) = 0.0113$$

 1.000

$$P(3,0) = P(X \leq 1) = 0.0051$$

$$P(3,1) = P(X \leq 1) = 0.4078$$

$$P(3,2) = P(X \leq 2) = 0.4720$$

$$P(3,3) = P(X \leq 3) = 0.1038$$

$$P(3,4) = P(X \leq 4) = 0.0105$$

$$P(3,5) = P(X \leq 5) = 0.0008$$

$$P(3,6) = P(X \leq 6) = 0$$

$$P(3,7) = P(X \leq 7) = 0$$

 1.000

$$P(5,0) = 0$$

$$P(5,1) = 0$$

$$P(5,2) = P(X \leq 1) = 0.0051$$

$$P(5,3) = P(X \leq 1) = 0.4078$$

$$P(5,4) = P(X \leq 2) = 0.4720$$

$$P(5,5) = P(X \leq 3) = 0.1038$$

$$P(5,6) = P(X \leq 4) = 0.0105$$

$$P(5,7) = P(X \leq 5) = 0.0008$$

 1.000

$$P(7,0) = 0$$

$$P(7,1) = 0$$

$$P(7,2) = 0$$

$$P(7,3) = 0$$

$$P(7,4) = P(X \leq 1) = 0.0051$$

$$P(7,5) = P(X \leq 1) = 0.4078$$

$$P(7,6) = P(X \leq 2) = 0.4720$$

$$P(7,7) = P(X \leq 3) = 0.1151$$

 1.000

La matriz de transición queda

$$E = \begin{bmatrix} 0.9887 & 0.8849 & 0.4129 & 0.0051 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0105 & 0.1038 & 0.4720 & 0.4078 & 0.0051 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0008 & 0.0105 & 0.1038 & 0.4720 & 0.4078 & 0.0051 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0008 & 0.0105 & 0.1038 & 0.4720 & 0.4078 & 0.0051 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0008 & 0.0105 & 0.1038 & 0.4720 & 0.4078 & 0.0051 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0008 & 0.0105 & 0.1038 & 0.4720 & 0.4078 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0008 & 0.0105 & 0.1038 & 0.4720 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0008 & 0.0113 & 0.1151 \end{bmatrix}$$

Ahora, analizando los ingresos de la época de lluvias se observó que se ajustan a una distribución Gamma de tres parámetros, donde

$$\alpha = 567.0725$$

$$\beta = 1.4233$$

$$\delta = 206.7538$$

Las probabilidades y volúmenes de cada unidad son las siguientes:

Unidad (X)	Volumen ($10^6 m^3$)	P_x
0	47.643	0
1	142.929	0
2	236.215	0.0183
3	333.501	0.0670
4	428.787	0.0807
5	524.073	0.0822

6	619.359	0.0818
7	714.645	0.0790
8	809.931	0.0711
9	905.217	0.0637
10	1 000.503	0.0588
11	1 095.789	0.0528
12	1 191.075	0.0431
13	1 286.361	0.0404
14	1 381.647	0.0375
15	1 476.933	0.0287
16	1 572.219	0.0289

y las probabilidades de transición, $P(i, j)$ son

$P(0,0) = P(X \leq 9) = 0.5438$	$P(1,0) = P(X \leq 8) = 0.4801$
$P(0,1) = P(X \leq 10) = 0.0588$	$P(1,1) = P(X \leq 9) = 0.0637$
$P(0,2) = P(X \leq 11) = 0.0528$	$P(1,2) = P(X \leq 10) = 0.0588$
$P(0,3) = P(X \leq 12) = 0.0431$	$P(1,3) = P(X \leq 11) = 0.0528$
$P(0,4) = P(X \leq 13) = 0.0404$	$P(1,4) = P(X \leq 12) = 0.0431$
$P(0,5) = P(X \leq 14) = 0.0375$	$P(1,5) = P(X \leq 13) = 0.0404$
$P(0,6) = P(X \leq 15) = 0.0287$	$P(1,6) = P(X \leq 14) = 0.0375$
$P(0,7) = P(X \leq 16) = 0.1949$	$P(1,7) = P(X \leq 15) = 0.2236$
1.000	1.000

$$P(2,0) = P(X \leq 7) = 0.4090$$

$$P(2,1) = P(X \leq 8) = 0.0711$$

$$P(2,2) = P(X \leq 9) = 0.0637$$

$$P(2,3) = P(X \leq 10) = 0.0588$$

$$P(2,4) = P(X \leq 11) = 0.0528$$

$$P(2,5) = P(X \leq 12) = 0.0431$$

$$P(2,6) = P(X \leq 13) = 0.0404$$

$$P(2,7) = P(X \leq 14) = \frac{0.2611}{1.000}$$

$$P(4,0) = P(X \leq 5) = 0.2482$$

$$P(4,1) = P(X \leq 6) = 0.0818$$

$$P(4,2) = P(X \leq 7) = 0.0790$$

$$P(4,3) = P(X \leq 8) = 0.0711$$

$$P(4,4) = P(X \leq 9) = 0.0637$$

$$P(4,5) = P(X \leq 10) = 0.0588$$

$$P(4,6) = P(X \leq 11) = 0.0528$$

$$P(4,7) = P(X \leq 12) = \frac{0.3446}{1.000}$$

$$P(6,0) = P(X \leq 3) = 0.0853$$

$$P(6,1) = P(X \leq 4) = 0.0807$$

$$P(6,2) = P(X \leq 5) = 0.0822$$

$$P(6,3) = P(X \leq 6) = 0.0818$$

$$P(6,4) = P(X \leq 7) = 0.0790$$

$$P(6,5) = P(X \leq 8) = 0.0711$$

$$P(6,6) = P(X \leq 9) = 0.0637$$

$$P(6,7) = P(X \leq 10) = \frac{0.4562}{1.000}$$

$$P(3,0) = P(X \leq 6) = 0.3300$$

$$P(3,1) = P(X \leq 7) = 0.0790$$

$$P(3,2) = P(X \leq 8) = 0.0711$$

$$P(3,3) = P(X \leq 9) = 0.0637$$

$$P(5,4) = P(X \leq 10) = 0.0588$$

$$P(3,5) = P(X \leq 11) = 0.0528$$

$$P(5,6) = P(X \leq 12) = 0.0431$$

$$P(3,7) = P(X \leq 13) = \frac{0.3015}{1.000}$$

$$P(5,0) = P(X \leq 4) = 0.1660$$

$$P(5,1) = P(X \leq 5) = 0.0822$$

$$P(5,2) = P(X \leq 6) = 0.0818$$

$$P(5,3) = P(X \leq 7) = 0.0790$$

$$P(5,4) = P(X \leq 8) = 0.0711$$

$$P(5,5) = P(X \leq 9) = 0.0637$$

$$P(5,6) = P(X \leq 10) = 0.0588$$

$$P(5,7) = P(X \leq 11) = \frac{0.3974}{1.000}$$

$$P(7,0) = P(X \leq 2) = 0.0183$$

$$P(7,1) = P(X \leq 3) = 0.0670$$

$$P(7,2) = P(X \leq 4) = 0.0807$$

$$P(7,3) = P(X \leq 5) = 0.0822$$

$$P(7,4) = P(X \leq 6) = 0.0818$$

$$P(7,5) = P(X \leq 7) = 0.0790$$

$$P(7,6) = P(X \leq 8) = 0.0711$$

$$P(7,7) = P(X \leq 9) = \frac{0.5199}{1.000}$$

La matriz de transición queda

$$L = \begin{bmatrix} 0.5438 & 0.4801 & 0.4090 & 0.3300 & 0.2482 & 0.1660 & 0.0853 & 0.0183 \\ 0.0588 & 0.0637 & 0.0711 & 0.0790 & 0.0818 & 0.0822 & 0.0807 & 0.0670 \\ 0.0528 & 0.0588 & 0.0637 & 0.0711 & 0.0790 & 0.0818 & 0.0822 & 0.0807 \\ 0.0431 & 0.0528 & 0.0588 & 0.0637 & 0.0711 & 0.0790 & 0.0818 & 0.0822 \\ 0.0404 & 0.0431 & 0.0528 & 0.0588 & 0.0637 & 0.0711 & 0.0790 & 0.0818 \\ 0.0375 & 0.0404 & 0.0431 & 0.0528 & 0.0588 & 0.0657 & 0.0711 & 0.0790 \\ 0.0287 & 0.0375 & 0.0404 & 0.0431 & 0.0528 & 0.0588 & 0.0637 & 0.0711 \\ 0.1949 & 0.2236 & 0.2611 & 0.3015 & 0.3446 & 0.3974 & 0.4562 & 0.5199 \end{bmatrix}$$

La matriz de transición del año se obtiene multiplicando la matriz de Estiaje por la de Lluvias, es decir $A = E \cdot L$:

$$A = \begin{bmatrix} 0.6117 & 0.5556 & 0.4939 & 0.4259 & 0.3507 & 0.2710 & 0.1901 & 0.1111 \\ 0.0545 & 0.0612 & 0.0660 & 0.0715 & 0.0777 & 0.0815 & 0.0818 & 0.0792 \\ 0.0435 & 0.0499 & 0.0572 & 0.0628 & 0.0691 & 0.0761 & 0.0806 & 0.0817 \\ 0.0396 & 0.0431 & 0.0496 & 0.0569 & 0.0626 & 0.0690 & 0.0760 & 0.0806 \\ 0.0351 & 0.0406 & 0.0443 & 0.0509 & 0.0585 & 0.0643 & 0.0710 & 0.0784 \\ 0.0974 & 0.1135 & 0.1306 & 0.1494 & 0.1723 & 0.1972 & 0.2244 & 0.2547 \\ 0.0954 & 0.1099 & 0.1279 & 0.1474 & 0.1688 & 0.1944 & 0.2228 & 0.2536 \\ 0.0228 & 0.0262 & 0.0325 & 0.0352 & 0.0403 & 0.0465 & 0.0533 & 0.0607 \end{bmatrix}$$

y haciendo las consideraciones que $\sum_{i=0}^7 P_i = 1$ y que para el estado estacionario $P'_i = P_i$ se obtiene el sistema de ecuaciones cuya solución es:

$$\begin{aligned} P_0 &= 0.4520 & P_4 &= 0.0488 \\ P_1 &= 0.0663 & P_5 &= 0.1447 \\ P_2 &= 0.0583 & P_6 &= 0.1425 \\ P_3 &= 0.0533 & P_7 &= 0.0341 \end{aligned}$$

Analizando estas probabilidades con las de ingresos en ambas temporadas, se obtiene la probabilidad total de falla para el periodo anual que es la mayor de las dos.

$$P_{\delta E} = P_0 P(X \leq 2) + P_1 P(X \leq 1) + P_2 (P(X \leq 1))$$

$$P_{\delta E} = 0.4520(0.8849) + 0.0663(0.4129) + 0.0583$$

$$(0.0051)$$

$$P_{\delta E} = 0.4276$$

$$P_{\delta L} = P_0 P(X \leq 8) + P_1 P(X \leq 7) + P_2 P(X \leq 6) +$$

$$P_3 P(X \leq 5) + P_4 P(X \leq 4) + P_5 P(X \leq 3) +$$

$$P_6 P(X \leq 2) + P_7 P(X \leq 1)$$

$$P_{\delta L} = 0.4520(0.4801) + 0.0663(0.4090) + 0.0583$$

$$(0.3300) + 0.0583(0.2482) + 0.0488(0.1660) +$$

$$0.1447(0.0855) + 0.1425(0.0183) + 0.0341(0)$$

$$P_{\delta L} = 0.2996$$

$$P_{\delta A} = 0.4276$$

A fin de observar como varía la probabilidad total de falla con la política de extracciones se realizó un análisis similar para diferentes volúmenes de demanda para cada temporada, obteniéndose los resultados que se muestran en la tabla 6,9, donde la demanda está dada en unidades.

$\frac{D_{mL}}{D_{mE}}$	3			6			9			12		
	$P_{\delta E}$	$P_{\delta L}$	$P_{\delta A}$	$P_{\delta E}$	$P_{\delta L}$	$P_{\delta A}$	$P_{\delta E}$	$P_{\delta L}$	$P_{\delta A}$	$P_{\delta E}$	$P_{\delta L}$	$P_{\delta A}$
1	0	0	0	0	0.0029	0.0029	0.0004	0.1560	0.1560	0.0011	0.4701	0.4701
2	0	0	0	0.0143	0.0168	0.0168	0.1189	0.2315	0.2315	0.2228	0.5282	0.5282
3	0.0017	0	0.0017	0.1423	0.0502	0.1423	0.4276	0.2996	0.4276	0.6173	0.5682	0.6173
4	0.0119	0.0004	0.0719	0.3792	0.0909	0.3792	0.6303	0.3547	0.6303	0.7780	0.5960	0.7780

tabla 6.9

También se muestran los resultados en forma gráfica en la figura 6.5, donde se han interpolado unas curvas de valores con igual probabilidad de falla para las extracciones en Estiaje y en época de lluvias, las cuales se podrían mejorar si se obtuvieran mas puntos de probabilidad de falla para otros pares de extracciones.

En el caso que se desee saber en forma aproximada la probabilidad de falla para ciertos valores de extracción en la época de Lluvias y de Estiaje se entra a la figura 6.5 con dichos valores en las abscisas y ordenadas, respectivamente, y donde se ubique el punto que definen estas coordenadas se ve la curva que más se lo aproxima o se interpola a ojo entre tales curvas para obtener la probabilidad.

Como se dijo, este valor es aproximado y sirve para darse una idea del orden en que se encuentra la probabilidad de falla o bien de las extracciones que se requieren para tener un valor bajo de dicha probabilidad. Si se desea el valor exacto, se debe seguir un procedimiento similar al visto en este ejemplo.

PROBABILIDADES DE FALLA

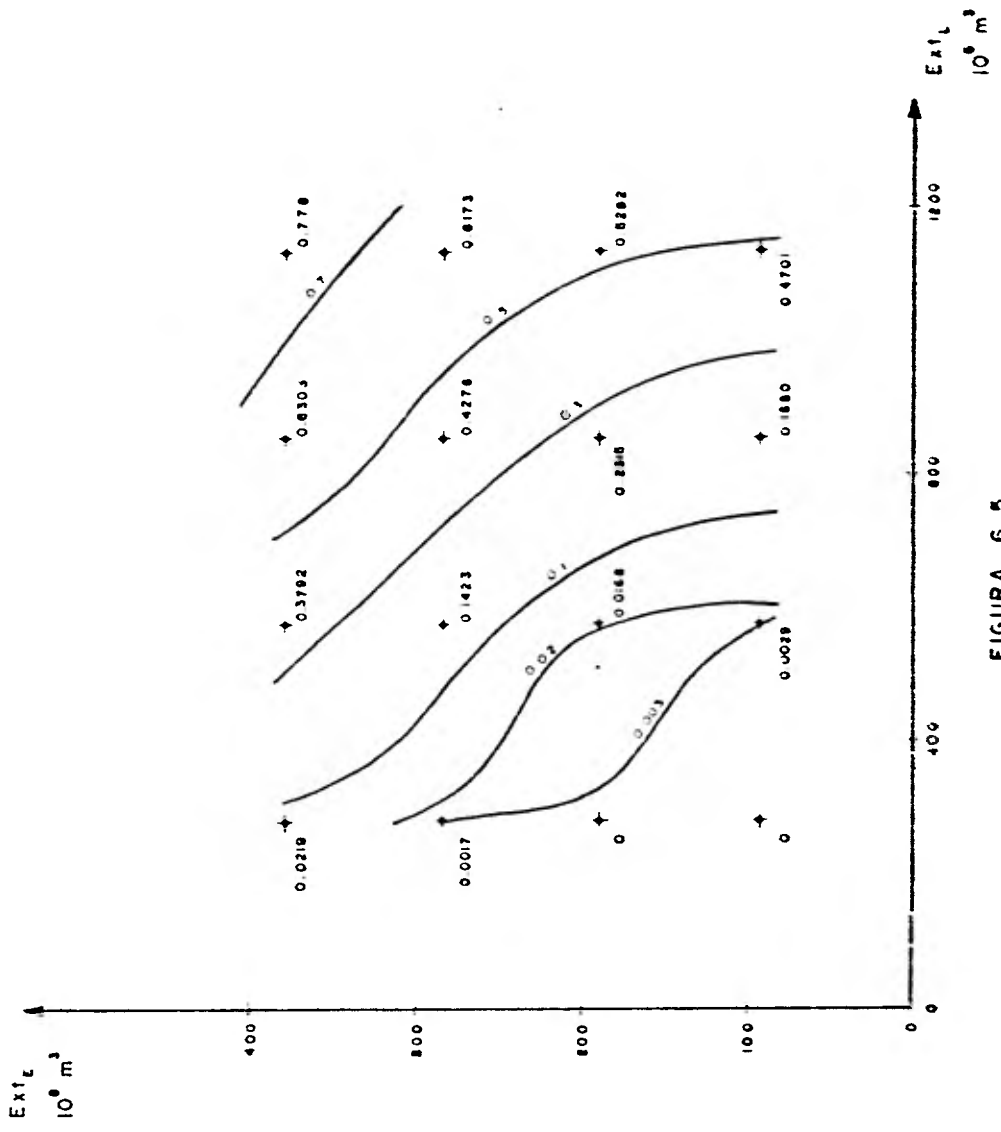


FIGURA 6.5

6.4 Aplicación del Método de Programación Dinámica.

Para la aplicación de la Programación Dinámica en la presa Benito Juárez se consideraron etapas trimestrales (Ene-Mzo, Abr-Jun, Jul-Sep, Oct-Dic), y se dividió a la capacidad útil de la misma en once estados siendo el incremento de volumen entre estados de $66.7 \times 10^6 \text{ m}^3$. Así, los estados son

Estado	Volumen (10^6 m^3)	$\Delta V (10^6 \text{ m}^3)$
0	0	-
1	66.7	66.7
2	133.4	66.7
3	200.1	66.7
4	266.8	66.7
5	333.5	66.7
6	400.2	66.7
7	466.9	66.7
8	533.6	66.7
9	600.3	66.7
10	667	66.7

Analizando por separado los ingresos al vaso para cada etapa, se observó que en todas ellas se ajustan a una distribución Lognormal de 3 parámetros, (ref 13)

$$f(x) = \frac{1}{\sigma_y \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{[\ln(X/\mu_y) + \mu_y]^2}{2\sigma_y^2}}$$

donde σ_y , μ_y y μ son los parámetros de la distribución, que para cada etapa valen:

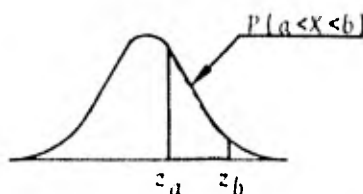
Etapa	1 (Ene-Mar)	2 (Abr-Jun)	3 (Jul-Sep)	4 (Oct-Nov)
σ_y	0.2235	0.7857	0.7389	0.6658
μ_y	4.8205	4.5704	6.1676	5.5713
δ	-57.5694	35.1492	-0.3204	1.7136

Considerando el volumen para cada unidad de ingreso igual que en 6.3.1, la probabilidad discretizada de que se presente cada una de ellas se obtiene como sigue:

Se tiene que la variable estandarizada (z) es

$$z = \frac{\ln(X - \delta) - \mu_y}{\sigma_y}$$

y z es la abscisa de la curva de distribución normal



Entonces, la probabilidad de que se presente cada unidad para la etapa 1 se calcula con la ayuda de la tabla 6.10

Unidad (X)	Volumen (10^6 m^3)	z	P_{tabla}	P_x
0	33.35	-1.39	0.4177	0.0820
1	100.05	1.07	0.3577	0.7756
2	166.75	2.65	0.4960	0.1384
3	233.45	3.82	0.4999	0.0039
4	300.15	4.74	0.5000	0.0001
5	366.85	5.50	0.5000	0
				1.000

tabla 6.10 probabilidades de ingreso, etapa 1

En la tabla 6.10 el volumen para cada unidad y la probabilidad P_x se obtienen igual que en la tabla 6.5

Análogamente, las probabilidades de las unidades de ingreso para las etapas 2, 3 y 4 se muestran en la tabla 6.11

Unidad(X)	Volumen($10^6 m^3$)	P_x (etapa 2)	P_x (etapa 3)	P_x (etapa 4)
0	33.35	0	0	0
1	100.05	0.31	0.02	0.07
2	166.75	0.36	0.06	0.18
3	233.45	0.17	0.09	0.19
4	300.15	0.08	0.11	0.15
5	366.85	0.04	0.11	0.11
6	433.55	0.02	0.09	0.09
7	500.25	0.01	0.08	0.06
8	566.95	0.01	0.06	0.04
9	633.65	0	0.06	0.03
10	700.35	0	0.05	0.02
11	767.05	0	0.04	0.02
12	833.75	0	0.04	0.01
13	900.45	0	0.03	0.01
14	967.15	0	0.03	0.01
15	1 033.85	0	0.02	0.01
16	1 100.55	0	0.02	0
17	1 167.25	0	0.02	0
18	1 233.95	0	0.01	0
19	1 300.65	0	0.01	0
20	1 367.35	0	0.01	0
21	1 434.05	0	0.01	0
22	1 500.75	0	0.01	0
23	1 567.45	0	0.01	0
24	1 634.15	0	0.01	0
25	1 700.85	0	0	0
		1.00	1.00	1.00

tabla 6.11

Las demandas solicitadas a la presa son de 3, 5, 2 y 3 unidades para las etapas de 1 a 4, respectivamente. El costo por unidad de extracción, en 10^6 \$ es 40.02, por unidad de déficit 100.05 y por unidad derramada 50.025

Para cada temporada el volumen por extraer debe ser de 1, 2, 3, 4 ó 5 unidades. En todas las etapas y para cada estado se analizan las extracciones desde una hasta el número de unidades de la demanda a fin de seleccionar la de menor costo.

La tasa de interés anual considerada es $i = 15\%$

El procedimiento seguido es similar al que se vió en el ejemplo 5.2, sólo que por el gran número de cálculos se realizó mediante un programa de computadora, dando los siguientes resultados.

Estado Inicial	Etapas 1 $D_m = 3$	Etapas 2 $D_m = 5$	Etapas 3 $D_m = 2$	Etapas 4 $D_m = 3$
0	1	2	2	3
1	1	3	2	3
2	2	4	2	3
3	3	5	2	3
4	3	5	2	3
5	3	5	2	3
6	3	5	2	3
7	3	5	2	3
8	3	5	2	3
9	3	5	2	3
10	3	5	2	3

Tabla 6.12 Extracciones óptimas de la presa, en unidades.

La tabla 6.12 muestra la política óptima de extracciones a seguir cualquiera que sea el estado en que se inicie una etapa. La forma de utilizar dicha tabla es la misma que se describe en el ejemplo 5.2

El programa empleado en este método está escrito en lenguaje BASIC y se muestra el listado a continuación.


```
10 DIM X(4,25),P(4,25),C0(4,11),D(4),F(25),K(5),Q(25),S(25)
20 READ C,C1,C2,C3
30 READ N2,N3,N4
40 READ U1,U2,E2,T1
50 DATA 10,40.02,100.05,50.025,4,10,5
60 DATA 1,1,1,15
70 FOR I=1 TO N2
80 READ D(I),N(I)
90 NEXT I
100 DATA 3,16,2,25,5,9,3,4
110 FOR I=1 TO N2
120 FOR J=1 TO N(I)
130 READ X(I,J),P(I,J)
140 NEXT J
150 NEXT I
160 DATA 0,0,1,.07,2,.18,3,.19,4,.15
170 DATA 5,.11,6,.09,7,.06,8,.04
180 DATA 9,.03,10,.02,11,.02,12,.01
190 DATA 13,.01,14,.01,15,.01
200 DATA 0,0,1,.02,2,.06,3,.09,4,.11
210 DATA 5,.11,6,.09,7,.08,8,.06,9,.06
220 DATA 10,.05,11,.04,12,.04,13,.03,14,.03
230 DATA 15,.02,16,.02,17,.02,18,.01,19,.01
240 DATA 20,.01,21,.01,22,.01,23,.01,24,.01
250 DATA 0,0,1,.31,2,.36,3,.17,4,.08
260 DATA 5,.04,6,.02,7,.01,8,.01
270 DATA 0,.082,1,.776,2,.138,3,.004
280 E=1
290 IO=1+P1/(100*N2)
300 PRINT "ETAPA ",E
310 PRINT
320 E0=E2
330 E1=0
340 Z=1
350 PRINT
360 K1=E0*C1
370 A,B=0
380 FOR I=1 TO N(E)
390 Q(I)=0
400 E5=(E1*U1+X(E,I)-E0)/U1
410 E9=INT(E5)
420 E6=E5-E9
430 IF E6>=.5 THEN E9=E9+1
440 IF E9<0 THEN E9=0
450 IF E9>N3 THEN E9=N3
```

```

460 F1=D(E)-E0
470 IF F1<0 THEN F1=0
480 F2=E0-E1*U1-X(E,I)
490 IF F2<0 THEN F2=0
500 F(I)=F1+F2
510 A=A+F(I)*P(E,I)
520 S(I)=E1*U1+X(E,I)-E0-C
530 IF S(I)<0 THEN S(I)=0
540 B=B+S(I)*P(E,I)
550 NEXT I
560 C8=A*C2
570 C9=B*C3
580 K(Z)=K1+C8+C9
590 PRINT "C.EXT=";K1,"C.ESP DEF=";C8,"C.ESP DERR=";C9
600 PRINT "C.ET ANT=0","C.TOT ESP=";K(Z)
610 IF Z=N4 THEN 690
620 Z=Z+1
630 E0=E0+U2
640 IF E0>D(E) THEN 660
650 GOTO 360
660 FOR I=Z TO N4
670 K(I)=10000000000
680 NEXT I
690 C0(E,E1)=10000000000
700 FOR I=1 TO N4
710 IF K(I)<C0(E,E1) THEN C0(E,E1)=K(I) 3 A0=I
720 NEXT I
730 PRINT "***** COSTO MENOR DEL ESTADO ";E1;"=";C0(E,E1);" *****"
740 PRINT "EXTRACCION=";A0;"UNID. III"
750 IF E1=N3 THEN 790
760 E1=E1+1
770 E0=E2
780 GOTO 340
790 E=E+1
800 PRINT 3 PRINT
810 PRINT "ETAPA ";E
820 E0=E2
830 E1=E0
840 PRINT
850 Z=1
860 A,3,B1=0
870 FOR I=1 TO N(E)
880 E5=(E1*U1+X(E,I)-E0)/U1
890 E9=INT(E5)
900 E6=E5-E9

```

```

910 IF E6>=.5 THEN E9=E9+1
920 IF E9<0 THEN E9=0
930 IF E9>N3 THEN E9=N3
940 F1=D(E)-E0
950 IF F1<0 THEN F1=0
960 F2=E0-E1*U1-X(E,I)
970 IF F2<0 THEN F2=0
980 F(I)=F1+F2
990 A=A+F(I)*P(E,I)
1000 S(I)=E1*U1+X(E,I)-E0-C
1010 IF S(I)<0 THEN S(I)=0
1020 B=B+S(I)*P(E,I)
1030 Q(I)=C0(E-1,E9)
1040 B1=B1+Q(I)*P(E,I)
1050 NEXT I
1060 K1=E0*C1
1070 C8=A*C2
1080 C9=B*C3
1090 C7=B1/I0
1100 K(Z)=K1+C8+C9+C7
1110 PRINT "C.EXT=";K1,"C.ESP DEF=";C8,"C.ESP DERR=";C5
1120 PRINT "C.ET ANT=";C7,"C.POT ESP=";K(Z)
1130 IF Z=N4 THEN 1210
1140 Z=Z+1
1150 E0=E0+U2
1160 IF E0>D(E) THEN 1180
1170 GOTO 860
1180 FOR I=Z TO N4
1190 K(I)=10000000000
1200 NEXT I
1210 C0(E,E1)=10000000000
1220 FOR I=1 TO N4
1230 IF K(I)<C0(E,E1) THEN C0(E,E1)=K(I)  A0=I
1240 NEXT I
1250 PRINT "***** COSTO MENOR DEL ESTADO "E1"=";C0(E,E1);" *****"
1260 PRINT "EXTRACCION=";A0;" UNID, III"
1270 IF E1=N3 THEN 1310
1280 E1=E1+1
1290 E0=E2
1300 GOTO 840
1310 IF E=N2 THEN 1330
1320 GOTO 790
1330 END

```

7. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.

Un aspecto importante para la aplicación de los métodos aquí ex puestos es, como puede verse en el capítulo seis, la recopilación de toda la información necesaria de la presa en estudio, - como son capacidad útil, volúmenes de ingreso al vaso mensuales, anuales o para el intervalo de tiempo considerado, datos de llu via y evaporación, curvas elevaciones-áreas-volúmenes, etc. Una vez que se cuenta con toda esta información debe analizarse a - fin de obtener los datos específicos por utilizar.

Así, para el método de simulación hay que realizar el cálculo - de la media, desviación estándar y coeficiente de correlación - para la generación de los registros sintéticos de los datos hí

drológicos que se requieran (en este caso volúmenes de ingreso, láminas de lluvia y evaporación). También hay que determinar -- los volúmenes correspondientes al NAMINO y al NAMO y tabular -- las curvas elevaciones-áreas-volúmenes.

Para el método probabilístico, así como para la programación dinámica se requiere dividir la capacidad útil de la presa en un cierto número de niveles o estados que depende del tamaño de la misma y se recomienda que no sea menor a ocho. Para obtener las probabilidades de las unidades de ingreso al vaso, debe reali--zarse el ajuste del mayor número de datos registrados posible a varias distribuciones de probabilidad (por lo menos a las men--cionadas en 4.2) a fin de hallar la que represente mejor las -- condiciones del escurrimiento. Al seleccionar el volumen corres--pondiente a cada unidad considerada se debe tomar en cuenta el número de niveles en que se piensa dividir al vaso, así como el mayor volumen de ingreso registrado.

En casos reales los volúmenes de extracción para cada etapa es--conveniente que se estimen con base en la finalidad a que se - destine el agua. Si, por ejemplo, el propósito principal de la--presa es riego se deben considerar las láminas necesarias para--cada cultivo; o si es generación hidro eléctrica, hay que tomar en cuenta la demanda de energía de la zona.

Cuando se utiliza la simulación es conveniente efectuarla para--un período no menor a 50 años ya que con esto y con la ayuda de

los registros sintéticos se puede tener una idea bastante aproximada de lo que puede ocurrir en la realidad y así poder decidir si la alternativa propuesta de volúmenes de extracción es adecuada. Para poder hacer una selección de política de operación apropiada es recomendable realizar la simulación para diversas alternativas de extracción, y con diferentes volúmenes o niveles iniciales a fin de ver en cuanto tiempo se estabilizan las condiciones en la presa. Con la ayuda de un programa de cómputo como el utilizado en el capítulo seis, el analizar las diferentes alternativas mencionadas resulta fácil y rápido.

En los métodos probabilísticos también es conveniente realizar el análisis para diversos volúmenes de extracción, sólo que esto lleva demasiado tiempo ya que hay que efectuar los ajustes de los volúmenes de ingreso registrados a las distribuciones de probabilidad y seleccionar la mas adecuada, obtener la probabilidad de cada unidad de ingreso, todo esto una sola vez, y para cada alternativa formar la matriz de transición, o matrices y multiplicarlas si es el método de Lloyd, o analizar el ingreso mes a mes de todos los años registrados si es el de Gould; ya que se tiene dicha matriz hay que plantear el sistema de ecuaciones asociado y resolverlo y después calcular la probabilidad total de falla.

Las curvas como las mostradas en la figura 6.5 requieren el cálculo de probabilidades de falla para diversas alternativas de extracción y solamente se puede hacer la representación grá

fica si se consideran dos etapas en el año.

Mediante la aplicación de la programación dinámica tal y como se realiza en este trabajo es posible analizar en conjunto diversas alternativas de extracción para cada etapa, obteniendo la que forma parte de la política que hace que se tengan los menores costos de operación. El costo de las unidades de extracción debe considerar las obras necesarias para su aprovechamiento y la operación de las compuertas, mientras que la evaluación de los costos de déficits y derrames hay que hacerla con base en los beneficios que se dejan de obtener por la falta o desperdicio del agua. Si se cuenta con un programa de cómputo como el que se presenta en 6.4 la aplicación de la programación dinámica resulta rápida, una vez que se cuenta con toda la información necesaria.

Analizando los resultados obtenidos en los ejemplos del capítulo seis se puede deducir lo siguiente:

Para las extracciones consideradas en la simulación se tiene que existe un número mayor de meses que presentan déficit (90) con respecto a los meses con derrames (48), pero el volumen total derramado ($8042.03 \times 10^6 \text{ m}^3$) es mayor que el volumen total de déficits ($3900.98 \times 10^6 \text{ m}^3$), lo que representa un 13.7% y un 6.65% del volumen total extraído respectivamente. Para reducir estos porcentajes se debe buscar una mejor combinación de cantidades de extracción para cada mes o cada temporada, que esté de acuerdo con las necesidades reales de la zona por servir.

Puede verse que en los métodos probabilísticos mientras mas corta sea la etapa considerada la probabilidad total de falla para el periodo anual resulta mayor, para la misma presa y las mismas cantidades de extracción, debido a que se analiza con mas detalle el funcionamiento de la presa y pueden observarse situaciones de falla que al ser abarcadas en periodos mayores no se presentarían. Es conveniente que el periodo considerado sea pequeño, pero dependerá del tamaño de la presa si se selecciona uno mayor.

En los métodos de Morán y Lloyd se trabaja con distribuciones de probabilidad teóricas ajustadas, mientras que en el de Gould se obtienen las probabilidades con base en frecuencias relativas de los ingresos registrados. Esto puede resultar conveniente si se cuenta con numerosos registros mensuales (se recomienda un mínimo de 30 años) y considerando que una distribución teórica difícilmente se ajustará con precisión a los datos medidos. Es decir, si se tienen menos de 30 años de registro se recomienda emplear las distribuciones teóricas.

Como puede apreciarse en la tabla 6.12 la política óptima de operación obtenida mediante la programación dinámica muestra que lo mas conveniente es extraer la cantidad que es demandada a la presa, siempre y cuando los ingresos lo permitan, ya que con esta es con la que se obtienen los mayores beneficios.

En general, el empleo de la simulación resulta conveniente ya que toma en cuenta factores que en los otros métodos sólo se

pueden considerar indirectamente como son la lluvia y la evaporación e inclusive se le pueden adicionar los efectos de otros elementos mas difíciles de evaluar como son infiltración, fugas y reducción en la capacidad debido a la sedimentación de materiales de arrastre. Su empleo resulta sencillo y rápido y la información necesaria no requiere ningún proceso para adaptarla, salvo en el caso que se empleen registros sintéticos para los cuales se pueden obtener los parámetros necesarios rápidamente mediante un pequeño programa de computadora. Otra ventaja de este método es que presenta la evolución de los volúmenes en el vaso mensualmente.

Los modelos probabilísticos sólo pueden tomar en cuenta aspectos como la lluvia y la evaporación en las cantidades de ingreso y extracción, respectivamente y, como se mencionó, requieren de un buen número de cálculos. El resultado que proporcionan resulta ser subjetivo y solamente proporciona una idea de lo bien o mal que pueda estar la alternativa de extracción propuesta, aunque con los valores obtenidos de la probabilidad estacionaria se pueden calcular las probabilidades de que la presa se encuentre en cualquier estado o bien la probabilidad de que se presenten derrames y, en su caso, de las unidades derramadas.

Por último, la programación dinámica, aunque presenta las mismas limitaciones que los métodos probabilísticos en cuanto a factores como lluvia y evaporación, y considerando la distribución de probabilidad de los ingresos, como se hace aquí, proporcio-

na resultados que, de estar bien fundamentados todos los datos - que se requieren, pueden considerarse como buenos y aplicables y que podrían ser verificados o complementados por la simulación, o bien los resultados obtenidos por la simulación verifi carse con la programación dinámica y, en cualquier caso, se po dría revisar su probabilidad de falla para tener mas seguridad en que se selecciona una política de operación adecuada.

BIBLIOGRAFIA Y REFERENCIAS

1. Benjamin, J. and Cornell, A., *Probability, Statistics and Decision for Civil Engineers*, Mc Graw-Hill, Nueva York, 1970.
2. Carr, D. P. y Underhill, H. W., *Los Métodos de Simulación - en el Aprovechamiento de los Recursos Hidráulicos*, F.A.O., Roma, 1979.
3. Davis, C. V. and Sorensen, K. E., *Handbook of Applied Hydraulics*, Mc Graw-Hill, Nueva York, 1970.
4. Domínguez Mora, R., *Simulación del Funcionamiento de un Vaso*, fascículo A.1.9, Manual de Diseño de Obras Civiles, C.F.E., México, 1980.
5. Fiering, M. B., *Streamflow Synthesis*, Macmillan, Londres, - 1967.
6. Fiering, M. B. and Jackson, B. B., *Synthetic Streamflow*, American Geophysical Union-Water Resources Monograph 1, Washington, D. C., 1971.
7. Fuentes Mariles, O. A., *Análisis de Escurrimientos*, Notas de clase del curso de Hidrometeorología, Universidad Veracruzana, México, 1978.
8. Fuentes Mariles, O. A. y Domínguez Mora, R., *Primer Informe Hidrología Sintética*, Informe interno Instituto de Ingeniería, UNAM, México, 1976.
9. Fuentes Mariles, O. A. y Franco, V., *Problemas y sus Posibles Soluciones en Relación con la Asignación de Agua*, Informe interno Instituto de Ingeniería, UNAM, México, 1980.
10. Gerez, V. y Grijalva, M., *El Enfoque de Sistemas*, Limusa, México, 1976.

11. Gutiérrez Manrique, E., *Algunos Métodos para la Determinación de Políticas de Operación de Compuertas en una Presa*, Tesis Profesional, UNAM, México, 1981
12. Hjelmfelt, A. T. and Cassidy, J. J., *Hydrology for Engineers and Planners*, Iowa State University Press, Iowa, 1975.
13. Kite, G., *Frequency and Risk Analyses in Hydrology*, Water Resources Publications, Fort Collins, Colorado, 1978.
14. Kottegoda, N. T., *Stochastic Water Resources Technology*, - The Macmillan Press LTD, Londres, 1980.
15. Linsley, R. K. y Franzini, J. B., *Ingeniería de los Recursos Hidráulicos*, C.E.C.S.A., México, 1977.
16. Lipschutz, S., *Matemáticas Finitas*, Mc Graw-Hill, Serie - Schaum, Nueva York, 1972.
17. Morán, P. A. P., *A Probability Theory of Dams and Storage Systems*, Australian Journal of Applied Science, Vol. 5, - pp. 116-124, 1954.
18. Thomas, H. H., *The Engineering of Large Dams. Part 1*, John Wiley and Sons, Londres, 1976.
19. Torres Herrera, F., *Obras Hidráulicas*, Limusa, México, 1980.
20. Walsh, G. R., *Methods of Optimization*, John Wiley and Sons, Nueva York, 1975.